Universidade Federal Fluminense

ANDRESSA ALVES MACHADO DA SILVA

Identificação de danos estruturais em uma placa de Kirchhoff usando Redes Neurais Artificiais

> SANTO ANTÔNIO DE PÁDUA 2019

Identificação de danos estruturais em uma placa de Kirchhoff usando Redes Neurais Artificiais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Modelagem Computacional.

Orientador:

Rosilene Abreu Portella Corrêa

Coorientador:

Cléber Almeida Corrêa Junior

Universidade Federal Fluminense

SANTO ANTÔNIO DE PÁDUA

Ficha catalográfica automática - SDC/BEM Gerada com informações fornecidas pelo autor

S586i Silva, Andressa Alves Machado Identificação de danos estruturais em uma placa de Kirchhoff usando Redes Neurais Artificiais / Andressa Alves Machado Silva ; Rosilene Abreu Portella Corrêa, orientadora ; Cleber Almeida Corrêa Junior, coorientador. Volta Redonda, 2019. 128 f. : il. Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, 2019. DOI: http://dx.doi.org/10.22409/PPG-MCCT.2019.m.16681654738 1. Identificação de danos estruturais. 2. Redes Neurais Artificiais. 3. Produção intelectual. I. Corrêa, Rosilene Abreu Portella, orientadora. II. Corrêa Junior, Cleber Almeida, coorientador. III. Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda. IV. Título. CDD -

Bibliotecária responsável: Andreia de Oliveira Paim - CRB7/5183

Identificação de danos estruturais em uma placa de Kirchhoff usando Redes Neurais Artificiais

Andressa Alves Machado da Silva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Árca de Concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada por:

Profa. Rosilene Abreu Portella Corrêa, D.Sc. MCCT-UFF(Presidente)

U. Curren

Prof. Cléber Almeida Corrêa Junior, D.Sc. / MCCT-UFF

Prof. Thiago Pereira Jordem, D.Sc. / MCCT-UFF

Ma

Prof. Ricardo da Silveira Sousa, D.Sc. / MCCT-UFF

Prof. Nelson Machado Barbosa, D.Sc. / UENF

Prof. Isabela Cristina da Silveira e Silva Rangel, D.Sc./
 $\ensuremath{\mathsf{FEMASS}}$

Santo Antônio de Pádua, 02 de Dezembro de 2019.

Agradecimentos

Agradeço a Jesus Cristo, por estar sempre presente na minha vida, intercedendo pelos meus projetos e tornando meus planos e sonhos possíveis.

Aos meus pais, Rosimery e Marco Antônio, por todo amor, carinho, zelo e por serem o maior e melhor exemplo que sigo em minha vida. Aos meus irmãos, Kíssylla e Marco Antônio, e a minha avó Norma por estarem sempre ao meu lado.

À minha querida orientadora Rosilene, por toda paciência, ensinamento, dedicação, confiança e pela valorosa ajuda na realização deste trabalho e pelo exemplo de profissionalismo, competência e responsabilidade. Ao meu coorientador Cleber por todos os ensinamentos e valorosa ajuda com a RNA.

Aos professores Thiago, Ricardo, Wagner, Tibério, Gustavo e Rodolfo por todo conhecimento transmitido ao longo das disciplinas cursadas. Agradeço aos meus amigos pelo companheirismo e paciência, em especial ao amigo que ingressou comigo Márcio Kort Kamp.

Ao amável Lucas Kort Camp, por ser um grande presente que ganhei no mestrado. Obrigada por todo companheirismo, ajuda, incentivo constante e opiniões.

Resumo

O presente trabalho apresenta os resultados obtidos através de uma Rede Neural Artificial (RNA) no processo de localização de danos estruturais. Utiliza-se o modelo de identificação de danos apresentado por Stutz et al. (2005) para uma viga simplesmente apoiada de Euler-Bernoulli e Côrrea (2013) para um placa de Kirchhoff. Côrrea (2013) propõe a resolução do problema de identificação de danos, transformando-o em um problema de otimização onde o objetivo é minimizar um funcional definido como a diferença entre a matriz de flexibilidade obtida experimentalmente e a correspondente matriz obtida por um modelo de elementos finitos da estrutura. A autora sugere para estruturas mais complexas a utilização de métodos de localização de danos, visando diminuir o número de variáveis do problema. Com isso, o processo de identificação de danos é dividido em duas etapas: localização e quantificação do dano. Um método oriundo da inteligência computacional, a RNA, apresenta como características mais relevantes à adaptação por experiência, a capacidade de aprendizado e a habilidade de generalização. Avaliou-se o desempenho da RNA no processo de localização de danos em regiões da viga mais (ou menos) sensíveis à presença de dano considerando dados ruidosos, foi realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos considerando cenários com distintos modos de vibração medidos e número de graus de liberdade (GDL). Apresenta-se os resultados obtidos pela Hibridização do Método Enxame de Partículas (PSO) com o Método da Busca Coordenada (BC) no processo de identificação de danos na viga na presença de ruídos de medição, tendo como objetivo realizar uma análise comparativa com os resultados obtidos pela RNA verificando a eficácia dos resultados obtidos por esta na localização de danos com sinais contaminados por ruídos. Após a apresentação dos resultados da identificação de danos obtidos para a viga de Euler-Bernoulli, inicia-se o estudo com a placa de Kirchhoff, onde seu campo de defeito é modelado via Método dos Elementos Finitos (MEF). Por fim, apresenta-se os resultados numéricos da localização de danos na placa, na ausência e presença de ruídos de medição mostrando a eficiência da RNA no processo de identificação de dano estrutural.

Abstract

This paper presents the results obtained through an Artificial Neural Network (RNA) in the process of localization of structural damage. The damage identification model presented by Stutz et al. (2005) for a simply supported beam from Euler-Bernoulli and Correa (2013) for a Kirchhoff plate. Correa (2013) proposes to solve the problem of damage identification, turning it into an optimization problem where the objective is to minimize a functional defined as the difference between the flexibility matrix obtained experimentally and the corresponding matrix obtained by an element model. finite elements of the structure. The author suggests for more complex structures the use of damage location methods to reduce the number of problem variables. Thus, the damage identification process is divided into two steps: localization and quantification of damage. Computational intelligence method, RNA, presents as most relevant characteristics to the adaptation by experience, the learning capacity and the generalization ability. Thus, it is believed that the replacement of the damage localization methods used in Corrêa (2013) with Artificial Neural Networks (RNA) may generate better results. The performance of RNA in the process of damage localization in beam regions more (or less) sensitive to the presence of damage was evaluated considering noisy data. A comparative analysis was performed between the results obtained considering scenarios with different measured vibration modes and number. degrees of freedom (GDL). The results obtained by the Particle Swarm Method (PSO) Hybridization with the Coordinated Research Method (BC) are presented in the process of identifying beam damage in the presence of test noise, aiming to perform a comparative analysis with the results, captured by RNA verifying the effectiveness of the results obtained by this localization of damage with signals contaminated by noises. After presenting the results of the identification of damage obtained to the Euler-Bernoulli beam, the study with the Kirchhoff plate is started, where its defect field is modeled via the Finite Element Method (FEM). Finally, the numerical results of the plate damage location in the absence and presence of measurement noise are presented.

Palavras-chave

- 1. Identificação de danos estruturais
- 2. Localização do dano
- 3. Matriz de Flexibilidade
- 4. Redes Neurais Artificiais
- 5. Rede Perceptron de Múltiplas Camadas
- 6. Algoritmo de treinamento Backpropagation

Sumário

1	Intr	odução	8
	1.1	Objetivos	11
		1.1.1 Objetivo Geral	11
		1.1.2 Objetivos Específicos	11
	1.2	Organização do trabalho	11
2	Form	nulação Matemática	13
	2.1	Matriz de flexibilidade e rigidez da estrutura	13
3	Aná	lise dos Métodos de Localização de Dano	20
	3.1	Métodos de Localização de danos	20
	3.2	Conclusões sobre a utilização de métodos de localização de danos em Corrêa (2013)	24
4	Red	es Neurais Artificiais	25
	4.1	O Algoritmo Backpropagation	29
		4.1.1 Ajuste dos pesos sinápticos na camada de saída	31
		4.1.2 Ajuste dos pesos sinápticos na camada intermediária	32
		4.1.3 O termo de momentum	34
5	Res	ultados Numéricos para a Viga de Euler-Bernoulli	35
	5.1	Propriedades da viga de Euler-Bernoulli	35
		5.1.1 Introdução de ruídos aos modos de vibração	43
	5.2	Etapa da Treinamento da Rede Neural Artificial	43

	5.3	Teste da Rede Neural Artificial	46	
		5.3.1 Teste 1	48	
		5.3.2 Teste 2	61	
		5.3.3 Teste 3	73	
		5.3.4 Teste 4	86	
6	Ider	ntificação com Método de Otimização Híbrido	99	
	6.1	Método de Otimização Enxame de Partículas (PSO)	99	
	6.2	O Método da Busca Coordenada	100	
	6.3	Hibridização Enxame de Partículas (PSO)/ Busca Coordenada (BC) $~$	102	
	6.4	Análise Comparativa entre o Método de Otimização Híbrido e Redes Neu- rais Artificiais	103	
7	Res	ultados Numéricos para placa de Kirchhoff	108	
	7.1	Placa de Kirchhoff	108	
	7.2	Propriedades da placa	111	
	7.3	Etapa da Treinamento da Rede Neural Artificial	112	
	7.4	Teste da Rede Neural Artificial	115	
8	Con	clusões e Trabalhos Futuros	121	
Referências 124				

Capítulo 1

Introdução

A identificação de danos no estágio inicial e o monitoramento contínuo da estrutura promovem grandes benefícios, como: a redução do custo de manutenção, aumento da vida útil e maior segurança dos que dela dependem. Neste sentido, o estudo de métodos capazes de detectarem danos em estruturas, é de fundamental importância para a humanidade. Dentre os métodos de detecção de dano, pode-se citar os baseados em observações visuais e os métodos experimentais localizados. Esses métodos, segundo Pereira (2018), apresentam desvantagens quando aplicados a estruturas complexas como a necessidade do conhecimento prévio da localização do defeito e o acesso a região da estrutura que precisa ser analisada.

Rytter (1993) classifica os métodos de inspeção de danos em quatro níveis: o nível 1 detecta a presença do dano na estrutura, o nível 2 localiza a região afetada pelo dano, o nível 3 indica a severidade do dano e o nível 4 faz a previsão da vida útil restante da estrutura.

Segundo Pandey e Biswas (1994) a matriz de flexibilidade pode ser estimada a partir de alguns poucos modos de baixa frequência, que de forma mais fácil podem ser medidos. A utilização de métodos baseados na matriz de flexibilidade tem beneficio por causa da sua relação inversa com o quadrado das frequências naturais.

Stutz et al. (2005) apresenta um método de identificação de danos utilizando a matriz de flexibilidade estrutural, onde o campo de danos é modelado utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio de um parâmetro de coesão β . O parâmetro $\beta = [0, 1]$ pode ser interpretado como um estado de coesão local do material. Se $\beta = 1$ considera-se que a estrutura não contém danos, caso $\beta = 0$ uma ruptura local é considerada.

Côrrea, Stutz, Tenembaum (2015) apresentam um modelo de dano continuo para

identificação de danos estruturais em uma placa de Kirchhoff retangular engastada em uma de suas extremidades, por meio da matriz de flexibilidade. A exemplo do estudo de Stutz (2005) em vigas, o dano é continuamente descrito por meio de um parâmetro de coesão definido no domínio da estrutura.

Côrrea (2013) escreve sobre identificação de danos em estruturas bi-dimensionais via matriz de flexibilidade baseada em um modelo de dano continuo, a autora testou diversos pontos para identificação de danos em vigas, utilizando o modelo de Stutz (2005) e em seguida a autora expandiu o modelo para uma placa. A autora divide o processo de identificação de danos em duas etapas: localização do dano estrutural e quantificação do dano. Utilizou-se métodos de localização de danos, presentes na literatura, com o objetivo de diminuir o número de parâmetros a serem atualizados pelos métodos de otimização, que seriam utilizados na etapa de quantificação do dano. Na primeira parte do trabalho com viga, utilizou-se sete métodos de localização de danos: variação da matriz de flexibilidade, método da curvatura dos modos, índice de danos baseado na flexibilidade e na curvatura dos modos, variação na curvatura dos modos, multiplicação da diferença na curvatura dos modos (MDCM), critério de confiança modal (MAC) e vetor de localização de dano baseado na matriz de flexibilidade. Na ausência de dados ruidosos e considerando um número elevado de graus de liberdade, os métodos obtiveram bons resultados. Porém, considerando a incorporação de 1% de ruído aos modos de vibração apenas um método, MDCM, foi capaz de indicar a região danificada. Para 3% de ruído nenhum método foi capaz de localizar a região danificada. Com isso, a autora concluiu que os métodos de localização avaliados necessitam que muitos pontos de medição sejam adotados e apresentam baixa eficiência na presença de sinais ruidosos. Ao final do trabalho, a autora faz uma consideração sugerindo a utilização de Redes Neurais Artificiais (RNA's) para atuar como localizador de dano capaz de lidar com as limitações encontradas nos métodos de localização.

Aguiar (2010) discute a utilização de Redes Neurais Artificiais para identificar o surgimento de vazamentos em dutos através da análise do sinal de sensores de pressão de resposta rápida. Utiliza-se RNA's feedforward do tipo percepton multi camadas para reconhecimento do sinal de vazamento. O autor avalia os resultados encontrados como promissores, visto que o sistema de RNA's foi capaz de discriminar dois universos linearmente separáveis para sinais de vazamento e não vazamento, para diversas vazões e localizações de vazamentos simulados. Considerando eficiente a aplicação de RNA's para a classificação de um padrão de vazamento. Lopes (2007) utiliza Redes Neurais Artificiais na detecção de danos estruturais. O objetivo do trabalho é detectar dano em estruturas por meio de duas técnicas: otimização global e identificação de parâmetros. As RNA's foram utilizadas para identificar os parâmetros desconhecidos dos danos estruturais, assim como para resolver o problema inverso de detecção de dano. O autor destaca que em comparação com o Algoritmo Genético o problema de detecção de danos resolvidos por meio de RNA apresentou melhores resultados quanto a determinação do tamanho do raio, porém encontrou dificuldades em encontrar a região exata da ocorrência do dano, justificando devido ao treinamento da rede, escolha de parâmetros, dados de entrada e saída da rede. Concluiu-se que o algoritmo genético é útil em localizar a região de ocorrência do furo enquanto a RNA é útil para quantificar esse tamanho.

Liang e Hwu (2001), apud Lopes (2007), apresentam um estudo de RNA na identificação on-line de furos e trincas em estruturas. A RNA utiliza duas camadas internas para simular o relacionamento não linear entre as deformações medidas e os parâmetros de furos ou trincas. Utiliza o algoritmo de treinamento blackpropagation em três estágios: entrada de dados (deformações medidas, tamanho, localização e orientação dos furos e trincas), treinamento e teste. Por meio da análise dos resultados encontrados, a melhor configuração para a rede neural foi obtida. Os resultados são analisados para diferente tipos de funções de transformação, diferentes arquiteturas de camada interna, definição de padrões de treinamento, a adição de erros presentes nas medidas, definição dos números de sensores e com furos de diferentes formas.

No trabalho de Pereira (2018) é analisada a identificação de danos estruturais baseado em um modelo continuo de dano utilizando Redes Neurais Artificiais. É aplicado um modelo de identificação de danos baseado na matriz de flexibilidade estrutural onde o campo de dano para a viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada é descrito pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Utiliza-se RNA na localização de dano, utilizando um cenário onde o defeito estrutural está na presença de sinais corrompidos por ruídos e, também, um número reduzido de grau de liberdade. Sinais ruidosos servem para simular qualquer variação entre o modelo e os danos experimentais, como perturbações externas, variações nas propriedades do material, interferência dos equipamentos utilizados na obtenção das frequências naturais e modos de vibração e com incerteza do modelo.

No presente trabalho utiliza-se o modelo de identificação de danos proposto por Corrêa (2013), para uma placa de Kirchhoff engastada utilizando Redes Neurais Artificiais na etapa de localização do defeito estrutural.

1.1 Objetivos

Nessa subseção apresentam-se os objetivos gerais e específicos do presente trabalho.

1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem por objetivo geral utilizar Redes Neurais Artificiais no processo de localização de danos em uma viga simplesmente apoiada de Euler-Bernoulli e em uma placa engastada de Kirchhoff, na ausência e presença de ruídos de medição.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Treinar uma RNA para localizar danos em uma Viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada;
- Treinar uma RNA para localizar danos em uma Placa de Kirchhoff com um dos lados engastados;
- Testar as RNA's quanto a capacidade de localizar e quantificar danos em uma estrutura na presença e na ausência de sinais ruidosos;
- Realizar um estudo na viga de Euler-Bernoulli, com o objetivo de comparar os resultados obtidos pela RNA quando considera-se medidos todos os graus de liberdade em relação a quando se considera apenas metade destes como medidos. Assim como, verificar se a utilização de mais modos de vibração, influência na melhora dos resultados da rede;
- Comparar os resultados obtidos pela RNA com uma Hibridização entre os Métodos de Otimização: Enxame de Partículas (PSO) e Busca Coordenada (BC), com o objetivo de verificar a eficiência da metodologia.

1.2 Organização do trabalho

O presente trabalho está organizado em oito capítulos. Este capítulo apresenta a introdução do trabalho, no capítulo seguinte mostra-se a formulação matemática da matriz de flexibilidade e rigidez da estrutura. O Capítulo 3 revisa os métodos de localização de

dano presentes em Corrêa (2013), com objetivo de justificar a substituição de tais métodos por RNA. No Capítulo 4 apresenta-se uma breve introdução da teoria de Redes Neurais Artificiais. Os resultados obtidos para a viga de Euler-Bernoulli são expostos no Capítulo 5, apresentando as propriedades da estrutura em análise, a modelagem do campo de dano e o modelo de dano utilizado. O Capítulo 6 apresenta uma análise comparativa entre os resultados obtidos pela RNA com a Hibridização entre os Métodos de Otimização: Enxame de Partículas (PSO) e Busca Coordenada (BC) na identificação de danos na viga de Euler-Bernoulli na presença de ruído de medição. Os resultados obtidos para placa de Kirchhoff são expostos no Capítulo 7, também apresentando as propriedades da estrutura (placa), a modelagem do campo de dano e o modelo de dano utilizado. O trabalho é finalizado com o Capítulo 8 que apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Formulação Matemática

Neste capítulo apresenta-se o modelo matemático utilizado nesse trabalho para identificação de danos com base na Matriz de Flexibilidade. O modelo é apresentado em Corrêa (2013).

2.1 Matriz de flexibilidade e rigidez da estrutura

Considerando-se um estado de carregamento dado pelas forças f_1 e f_2 arbitrário, segundo Moreira (1977) as equações de deslocamento ($u_1 e u_2$) serão dadas por:

$$u_1 = g_{11}f_1 + g_{12}f_2 \tag{2.1}$$

$$u_2 = g_{21}f_1 + g_{22}f_2 \tag{2.2}$$

Escrevendo na forma matricial, obtém-se

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$
(2.3)

$$u = Gf \tag{2.4}$$

A Equação (2.5) representa a Matriz de Flexibilidade (G), $n \times n$, da estrutura com n coordenadas,

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{21} & \dots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{nn} \end{bmatrix}$$
(2.5)

cujos termos g_{ij} são os coeficiente da matriz de flexibilidade.

A matriz de rigidez estrutural é encontrada de forma análoga, Moreira (1977), porém considera-se como prescrito um estado de deformação, dado pelo vetor de deslocamento, e as cargas capazes de realizar a transformação são dados por:

$$f_1 = k_{11}u_1 + k_{12}u_2 \tag{2.6}$$

$$f_2 = k_{21}u_1 + k_{22}u_2 \tag{2.7}$$

Escrevendo na forma matricial,

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$
(2.8)

$$f = Ku \tag{2.9}$$

A Equação (2.10) representa à Matriz de Rigidez (K), $n \times n$, da estrutura com n coordenadas

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$
(2.10)

cujos termos k_{ij} são os coeficiente da matriz de rigidez.

Substituindo a Equação (2.9) na Equação (2.4), temos:

$$u = GKu. (2.11)$$

$$GK = I \tag{2.12}$$

onde I é a matriz identidade.

Logo,

$$K = G^{-1} (2.13)$$

е

$$G = K^{-1}.$$
 (2.14)

Pode-se afirmar que a matriz de flexibilidade G de uma estrutura com n graus de liberdade (GDL) é a matriz $n \times n$ definida como a inversa de sua matriz de rigidez K, Pandey e Biswas (1994). Assim, pode-se afirmar que, em um problema estático, a matriz de flexibilidade relaciona força com deslocamento na estrutura.

$$u = K^{-1}f = Gf. (2.15)$$

O Teorema da Reciprocidade de Betti-Maxwell (1864), demonstrado em Pereira (2018), mostra a relação de simetria entre as matrizes G e K, isto é:

$$K^T = K \tag{2.16}$$

е

$$G^T = G \tag{2.17}$$

Logo,

$$K_{ij} = K_{ji} \tag{2.18}$$

$$G_{ij} = G_{ji}.\tag{2.19}$$

O Teorema da reciprocidade mostra que o deslocamento do ponto i provocado por uma força unitária atuante no ponto j é igual ao deslocamento do ponto j provocado por uma força unitária atuando no ponto i, com isso tem-se que a matriz de flexibilidade e a matriz de rigidez são simétricas. Embora a matriz de flexibilidade relacione um carregamento estático com o deslocamento resultante, segundo Carrilo e Laier (2006) esta pode ser obtida a partir dos parâmetros modais da estrutura (frequências naturais não amortecidas e formas modais). Análise modal é o estudo das propriedades dinâmicas de uma estrutura sob excitação por vibrações, procurando a determinação dos parâmetros modais de uma estrutura, ou seja, as frequências naturais e formas modais.

Segundo Lima (2013), um sistema com n GDL resulta na formação da matriz massa (M), matriz de rigidez (K) e da matriz de amortecimento (C), que relacionam-se respectivamente aos valores de aceleração (\ddot{u}), deslocamento (u) e velocidade (\dot{u}) nos GDL. A equação do movimento para um sistema com n GDL podem ser escritas como:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t), \qquad (2.20)$$

Para um sistema não amortecido com vibração livre, tem-se a Equação (2.20) reescrita como,

$$M\ddot{u} + Ku = 0, \tag{2.21}$$

Considerando-se o movimento na estrutura do tipo harmônico e vibrando com uma dada frequência w e desconsiderando a existência da constante de fase, a equação do deslocamento, cujos maiores detalhes podem ser vistos em Marion e Thornton (2011), é dada pela Equação (2.22)

$$u = \phi_i \cos(w_i t), \tag{2.22}$$

onde ϕ_i é a i - sima forma modal da estrutura, w_i é a i - sima frequência natural da estrutura e t representa o tempo.

A primeira e segunda derivada da Equação (2.22) são dadas, respectivamente, pelas Equações (2.23) e (2.24) apresentadas a seguir:

$$\dot{u} = -w_i \phi_i sen(w_i t), \tag{2.23}$$

$$\ddot{u} = -w_i^2 \phi_i \cos(w_i t), \qquad (2.24)$$

Substituindo as Equações (2.22) e (2.24) em (2.21), tem-se:

$$M(-w_i^2\phi_i \cos(w_i t)) + K(\phi_i \cos(w_i t)) = 0, \qquad (2.25)$$

Daí,

$$M(-w_i^2\phi_i) + K(\phi_i) = 0, (2.26)$$

A substituição da Equação (2.22) e de sua derivada segunda, Equação (2.24), conduzem a um problema de autovetor e autovalor em que as frequências naturais w_i são os autovalores e os modos de vibração, ϕ_i representam o autovetor associado a ela.

$$(K - \omega_i^2 M)\phi_i = 0, \qquad (2.27)$$

onde M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez, de dimensão $n \times n$, ω_i e ϕ_i referem-se, respectivamente, à *i-ésima* frequência natural e à *i-ésima* forma modal da estrutura.

Seja Λ uma matriz diagonal formada pelos valores quadráticos das frequências naturais $\lambda_{ii} = w_i^2$ (Pandey e Biswas (1994)). Então,

$$K\phi = M\phi\Lambda,\tag{2.28}$$

onde ϕ é a matriz modal da estrutura, de dimensão $n \times n$, cuja *i-ésima* coluna corresponde à forma modal ϕ_i e Λ é uma matriz diagonal, $n \times n$.

Para as formas modais da estrutura normalizadas em relação à matriz de massa, Corrêa, Stutz e Tenenbaum (2006), tem-se

$$\phi^T M \phi = I; \tag{2.29}$$

$$\phi^T K \phi = \Lambda, \tag{2.30}$$

onde I é a matriz identidade e T representa a transposição de uma matriz.

Pereira (2013) apresenta a resolução algébrica para chegarmos a relação entre a inversa da matriz de rigidez da seguinte maneira. Multiplicando ϕ^{-T} na Equação (2.30),

$$\phi^{-T}\phi^T K\phi = \phi^{-T}\Lambda \tag{2.31}$$

Temos que $\phi^{-T}\phi^{T} = 1$, logo:

$$K\phi = \phi^{-T}\Lambda\tag{2.32}$$

Multiplicando ϕ^{-1} Equação (2.32), tem-se que:

$$K\phi\phi^{-1} = \phi^{-T}\Lambda\phi^{-1} \tag{2.33}$$

chega-se então a seguinte relação para a matriz de rigidez:

$$K = \phi^{-T} \Lambda \phi^{-1} \tag{2.34}$$

Daí, a inversa da matriz de rigidez pode ser escrita como,

$$K^{-1} = \phi^T \Lambda^{-1} \phi \tag{2.35}$$

Sendo a matriz de flexibilidade a inversa da matriz de rigidez, temos que:

$$G = K^{-1} (2.36)$$

$$G = \phi^T \Lambda^{-1} \phi \tag{2.37}$$

$$G = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^{T}.$$
 (2.38)

onde n é o número de graus de liberdade (GDL).

Na prática, devido a limitações experimentais, tem-se a seguinte aproximação para a matriz de flexibilidade experimental G_{exp} da estrutura (Stutz, Castello e Rochinha (2003)),

$$G_{\exp} = \sum_{i=1}^{n_{\exp}} \frac{1}{\omega_{i,\exp}^2} \phi_{i,\exp} \otimes \phi_{i,\exp}, \qquad (2.39)$$

onde $n_{\exp} < n$ é o número de modos obtidos do ensaio experimental, $\omega_{i,\exp}$ e $\phi_{i,exp}$ são, respectivamente, a *i*-ésima frequência natural não-amortecida e a i-ésima forma modal obtidas experimentalmente.

Pode-se observar pela Equação (2.39) que por causa da relação inversa com o quadrado

da frequência natural, uma boa estimativa para a matriz de flexibilidade pode ser obtida experimentalmente a partir de modos de mais baixa frequência da estrutura, que por sinal são os modos que podem ser mais facilmente obtidos. Por este motivo, Pandey e Biswas (1994) afirma que a matriz de flexibilidade é preferível a matriz de rigidez.

Corrêa (2013) afirma que a dimensão da matriz G_{exp} depende apenas do número m de GDL medidos no ensaio de vibrações, que é equivalente ao número de componentes dos modos experimentais $\phi_{i,exp}$. Daí, a dimensão da matriz de flexibilidade é $m \times m$. Logo, para se definir um problema de identificação de danos estruturais baseado na matriz de flexibilidade, torna-se necessária a determinação de uma matriz de flexibilidade analítica reduzida \bar{G} , relacionada apenas aos m GDL medidos no ensaio de vibrações, que contenha informações a respeito das propriedades de rigidez da estrutura como um todo. Para tal, a matriz de rigidez original deve ser particionada na forma (Stutz, Castello e Rochinha (2003))

$$K = \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{mo} \\ K_{mo}^T & K_{oo} \end{bmatrix},$$
(2.40)

onde os índices $m \in o$ referem-se, respectivamente, aos GDL medidos e omitidos.

Do mesmo modo, a matriz de flexibilidade particionada deve ser dada por:

$$G = \begin{bmatrix} G_{mm} & G_{mo} \\ G_{mo}^T & G_{oo} \end{bmatrix},$$
(2.41)

onde os índices $m \in o$ referem-se, respectivamente, aos GDL medidos e omitidos.

Capítulo 3

Análise dos Métodos de Localização de Dano

Neste capítulo apresenta-se os métodos de localização de danos utilizados por Corrêa (2013) e comenta-se os resultados obtidos pelo autor. Os métodos utilizados foram: Variação da matriz de flexibilidade, Método da curvatura dos modos, Índices de danos baseados na flexibilidade e na curvatura dos modos, Variação na curvatura da flexibilidade, Multiplicação da diferença na curvatura dos modos (MDCM), Critério de confiança modal (MAC) e Vetor de localização de dano baseado na matriz de flexibilidade.

3.1 Métodos de Localização de danos

• Método variação na matriz de flexibilidade: O Método variação na matriz de flexibilidade foi proposto por Pandey e Biswas (1994) e é formulado pelas características de vibração. No Capítulo 2 deste trabalho, mostra-se que a matriz de flexibilidade estrutural pode ser dada pela inversa da matriz de rigidez da estrutura,

$$G = K^{-1},$$
 (3.1)

Sendo assim,

$$G = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T.$$
 (3.2)

Uma boa estimativa para a matriz de flexibilidade é dada pelos baixos valores de frequências naturais. Cardoso (2005) afirma que o dano estrutural reduz a rigidez da estrutural, como a matriz de flexibilidade é a inversa da rigidez, provoca um

aumento na flexibilidade. O método propõe que seja feita a diferença entre a matriz de flexibilidade com dano e sem dano para indicar a região afetada pelo defeito

$$\Delta G = G_{\rm exp} - \bar{G},\tag{3.3}$$

onde G_{exp} é a matriz de flexibilidade experimental e \overline{G} é a matriz de flexibilidade analítica.

Cada coluna de $\Delta \mathbf{G}$ fornece a variação sentida pelo GDL medido. Considerando mGDL medidos, para cada GDL j, j = 1, ..., m, tem-se o vetor Δ_{Fj} como o valor absoluto máximo entre os elementos $\delta_{i,j}$ de cada coluna da matriz $\Delta \mathbf{G}$,

$$\Delta_{F_i} = \max|\delta_{i,j}|, \, i = 1, \dots, m. \tag{3.4}$$

 O Método da curvatura dos modos: O Método da Curvatura dos modos foi desenvolvido por Pandey et al. (1991), um dos primeiros a apresentar relação entre as formas modais e danos estruturais, seu objetivo é determinar a localidade do dano por meio da mudança de curvatura dos modos de vibração, na presença e ausência de defeitos estruturais. A curvatura dos modos, C_m, pode ser calculada a partir do método de diferenças finitas, pela fórmula das diferenças centradas

$$C_m(i) = \frac{\phi(i+1) - 2\phi(i) + \phi(i-1)}{0.5(L_{i+1}^2 + L_i^2)}.$$
(3.5)

onde $C_m(i)$ é o *i*-ésimo elemento do vetor de curvatura dos modos, $\phi(i)$ é a ordenada do modo de vibração no ponto de medição *i* e L_{i+1} e L_i são as distâncias entre os pontos medidos *i* e *i* + 1, ou *i* e *i* - 1, respectivamente.

A localização do dano é calculada através do valor da maior diferença entre a curvatura dos modos analíticos, C_m^0 , e experimentais, C_m , dada por

$$W_{Cm}(i) = C_m^0(i) - C_m(i). (3.6)$$

onde W_{Cm} é o vetor contendo a diferença entre a curvatura dos modos de vibração da estrutura sem danos e com danos.

• O método índices de danos baseados na flexibilidade e curvatura dos modos: O Método índices de danos baseados na flexibilidade e na curvatura dos modos é proposto por Tomaszewska (2010), utiliza a ideia de que o dano local afeta a matriz de rigidez e flexibilidade estrutural. Na prática a matriz de flexibilidade é

mais conveniente de ser utilizada em relação a de rigidez, pois pode ser aproximada utilizando valores pequenos de frequências naturais e formas modais. A Equação (3.7) descreve a mudança de G em cada ponto de discretização

$$\mathcal{D} = \operatorname{diag}(\bar{G}_{\exp} - \bar{G}), \qquad (3.7)$$

onde \bar{G}_{exp} é a matriz G experimental e \bar{G} é a matriz G no estado original.

 W_F é o índice que representa a diferença entre a derivadas esquerda e direita da função discreta $\mathcal{D}(i)$ nos pontos de discretização, daí

$$W_F(i) = \frac{[\mathcal{D}(i) - \mathcal{D}(i-1)]L_{i+1} - [\mathcal{D}(i+1) - \mathcal{D}(i)]L_i}{L_i L_{i+1}},$$
(3.8)

Segundo Tomaszewska (2010) os índices normalizados $Z_F \in Z_C$ fornecem informações sobre a região defeituosa e são descritos nas Equações (3.9) e (3.10),

$$Z_F(i) = \frac{W_F(i) - \bar{W}_F(i)}{\sigma_F};$$
(3.9)

$$Z_C(i) = \frac{W_{Cm}(i) - \bar{W}_{Cm}(i)}{\sigma_{Cm}},$$
(3.10)

onde \overline{W}_F e $\overline{W}_C m$, representam os valores médios dos índices W_F e W_{Cm} , respectivamente, e σ_F e σ_{Cm} representam o desvio padrão de cada índice em relação ao seu valor médio. Os índices W_{Cm} e Cm estão representados nas Equações (3.6) e (3.5) no método da curvatura dos modos.

• O Método variação na curvatura da flexibilidade: O método variação na curvatura da flexibilidade foi apresentado por Lu et al. (2002) e tem por objetivo utilizar os elementos da matriz de flexibilidade da estrutura danificada em uma equação de diferenças finitas utilizando a fórmula de diferenças centradas,

$$F_C(i) = \frac{G_{\exp}(i-1,i-1) - 2G_{\exp}(i,i) + G_{\exp}(i+1,i+1)}{\Delta h^2},$$
(3.11)

onde i = 2, ..., n - 1, $F_C(i)$ refere-se ao i-ésimo elemento do vetor de curvatura da flexibilidade; $G_{\exp}(i, i)$ refere-se ao i-ésimo elemento diagonal da matriz de flexibilidade danificada; Δh é o comprimento do elemento ou a distância entre os pontos medidos.

• Método multiplicação da diferença na curvatura dos modos: O Método de multiplicação da diferença na curvatura dos modos (MDCM) tem como proposta

principal acentuar a diferença entre os picos apresentados pelo método da curvatura dos modos. Corrêa (2013) explica que o método multiplica, ponto a ponto, a diferença entre as curvas na presença e ausência de dano. A metodologia utiliza além da multiplicação, a diferença das curvatura dos modos.

• Método Critério de confiança modal: O critério de confiança modal (MAC), proposto por Allemang e Broown (1982), é um índice que indica a existência de dano. Relaciona modos de vibração de uma estrutura com e sem defeito estrutural,

$$MAC_{ij} = \frac{|\phi_{E_i}^T \phi_{A_j}|^2}{(\phi_{E_i}^T \phi_{E_i})(\phi_{A_j}^T \phi_{A_j})}$$
(3.12)

onde ϕ_{E_i} é o *i-ésimo* modo de vibração experimental e ϕ_{A_j} é o *i-ésimo* modo de vibração analítico.

Este critério é apresentado matricialmente, cuja a diagonal da matriz desse índice varia no intervalo [0,1], onde 0 indica a ausência de ligação entre as variáveis comparadas e 1 uma ligação perfeita.

• Método vetor de localização de dano baseado na matriz de flexibilidade:

O Método Vetor de localização de dano baseado na matriz de flexibilidade, utiliza o fato da matriz de flexibilidade ser a inversa da matriz rigidez, logo a multiplicação de ambas em uma estrutura livre de danos resultará na matriz Identidade I,

$$KG = I \tag{3.13}$$

Então,

$$J = G_{\exp}\bar{K} - I, \qquad (3.14)$$

sendo J a matriz de localização, igual a zero se a estrutura não possuir danos e diferente de zero se a estrutura estiver danificada.

Seja R_j o vetor de localização, sua *j-ésima* componente corresponde ao modulo da soma dos valores que formam a *j-ésima* coluna da matriz J, logo

$$R_{j} = \sum_{i=1}^{m} |J_{i,j}|, \qquad (3.15)$$

com m sendo o número total de GDL medidos.

3.2 Conclusões sobre a utilização de métodos de localização de danos em Corrêa (2013)

Corrêa (2013) analisou em seu trabalho a possibilidade de dividir o processo de identificação de danos em duas etapas: a primeira sendo a localização do dano estrutural e a segunda sua quantificação. Na primeira, utilizou os sete métodos de localização de danos citados na seção anterior com objetivo de reduzir o número de parâmetros a serem utilizados pelos Métodos de Otimização, que seriam empregados na etapa de quantificação. A autora propôs um estudo mais realístico, onde apenas um número reduzido de sensores fosse considerados e na presença de dados ruidosos. Os métodos são avaliados em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada.

No primeiro caso a autora considerou duas posições de dano, todos os graus de liberdade transversais como medidos e não considerou ruídos de medição. Nessa conjuntura, todos os métodos foram capazes de localizar com boa exatidão a região defeituosa utilizando um cenário de dano duplo e um dano de baixa intensidade (que são os mais difíceis de serem localizados).

No segundo caso, com objetivo de avaliar o desempenho dos métodos de forma mais realística incorporou aos modos de vibração 1% de ruído e o dano simulado mais severo que no primeiro caso . Nesse cenário, os métodos de localização de dano avaliados apresentaram dificuldade em fornecer a região afetada pelo dano estrutural. Somente um método, MDCM, teve resultado positivo.

No terceiro caso, considerou-se 3% de ruído incorporado ao modos de vibração e nenhum método foi capaz de determinar a região afetada pelo dano.

Com isso, Corrêa (2013) afirma que os métodos analisados não apresentam bons resultados com a incorporação de ruídos nas formas modais e necessitam que um grande número de pontos de medição sejam adotados. Ao final o autor sugere a utilização de RNA como alternativa no processo de localização de dano, pois acredita que a metodologia seja capaz de lidar com as limitações encontradas nos métodos de localização avaliados.

Capítulo 4

Redes Neurais Artificiais

O presente trabalho apresenta a metodologia de Redes Neurais Artificiais no processo de localização do dano estrutural. RNA's são modelos computacionais baseados no sistema nervoso dos seres humanos. Silva, Spatti e Flauzino (2010) listam algumas características importantes como: a adaptação por experiência, capacidade de aprendizado, habilidade de generalização, tolerância a falhas e facilidade de implementação de suas arquiteturas.

RNA's são modelos inspirados em neurônios biológicos e na estrutura de processamento do cérebro. A célula principal do sistema nervoso cerebral é o neurônio, que é composto por três partes: dendritos, corpo celular e axônio.



Figura 4.1: Esquema de um neurônio biológico. Fonte: Silva, Spatti e Flauzino, 2010.

A Figura 4.1 representa o esquema de neurônios biológicos formado por dendritos que são os terminais de entrada cuja função é captar as informações, o corpo celular (ou soma) cuja função é processar as informações obtidas pelos dendritos, também é onde se encontra o núcleo que é responsável por guardar as informações genéticas e o axônio que é o terminal de saída responsável por conduzir as informações entre os neurônios. A troca de informações entre neurônios é dada por meio das sinapses, por meio da transmissão de impulsos nervosos entre eles.

Os neurônios artificiais são modelos simplificados dos neurônios biológicos. McCulloch e Pitts (1943) criaram o modelo mais utilizado para definição de arquitetura da rede. Um exemplo de neurônio artificial pode ser observado na Figura (4.2)



Figura 4.2: Modelo de Neurônio Artificial.

Fonte: Lopes, 2007.

sendo $x_1, ..., x_n$ representa os sinais de entrada considerando n terminais de entrada (dendritos), $y_1, ..., y_m$ os sinais de saída sendo m os terminais de saída (axônios), w_{ij} a w_{nj} são os pesos sinápticos representando as sinapses entre os neurônios, f é a função de ativação que limita os valores de saída do neurônio dentro de um intervalo, Σ é uma combinação linear e tem como função agregar todos os sinais de entrada que foram ponderados pelos respectivos pesos sinápticos a fim de produzir um valor de potencial de ativação e net_j é o resultado produzido pela diferença do valor produzido entre o combinador linear e a função de ativação.

O somatório de todas as entradas do neurônio multiplicado pelos seus respectivos pesos sinápticos é dado por

$$net_j = \sum_{i=1}^n x_i w_{ij} \tag{4.1}$$

sendo w_{ij} os pesos sinápticos do neurônio i para o neurônio j.

Rao et al (2006) afirmam que diferentes topologia de redes são realizadas por meio das características dos neurônios. As topologias de rede podem ser definidas pelo número de camadas, quantidade de neurônios e pelo tipo de conexão entre os neurônios.

As redes neurais podem ser do tipo feedfoward (direta) ou feedback (recorrente). Nas redes do tipo feedfoward os neurônios são interconectados em camadas, mas o fluxo de dados ocorre em apenas uma direção. Nas redes neurais feedback, há pelo menos uma etapa de realimentação, ou seja, um neurônio recebe a informação de neurônios da camada anterior e de uma camada posterior.

Lopes (2010) explica que uma RNA aprende quando uma solução geral para um problema é alcançada, isto é, quando uma entrada conduz a um valor de saída especificado. Tem-se dois tipos de treinamento para uma RNA: supervisionado e não supervisionado. No treinamento supervisionado, para cada amostra de entrada é conhecida as suas respectivas saídas. Já no treinamento não supervisionado se desconhece as saídas desejadas.

As redes neurais do tipo Perceptron Múltiplas Camadas (PMC), esquematizada na Figura 4.3 são caracterizadas pela presença de pelo menos uma camada escondida de neurônios, situada entre a camada de entrada e a de saída. Pertence a arquitetura feedfoward de camadas múltiplas, cujo treinamento é feito de forma supervisionada.



Figura 4.3: Rede Perceptron multicamadas.

Fonte: Silva, Spatti e Flauzino, 2010.

O algoritmo de aprendizado aplicado no decorrer do processo de treinamento de redes PMC é denominado backpropagation ou Algoritmo de retropropagação de erro. Silva, Flauzino, Spatti (2010) explicam que o processo de treinamento de redes PMC utilizando o algoritmo backpropagation é realizado em duas fases específicas.

 Primeira fase (forward) - Também conhecida como propagação adiante, nessa fase os sinais de uma amostra do conjunto de treinamento são inseridos nas entradas da rede e são propagados camada a camada até a produção das respectivas saídas. Considera-se apenas valores atuais de pesos sinápticos dos neurônios, os quais ficam inalterados durante cada execução dessa fase. Por fim, compara-se as saídas produzidas pela rede com as saídas desejadas.

• Segunda fase (backward) - Conhecida por propagação reversa, essa fase realiza alterações nos pesos sinápticos de todos os neurônios da rede.

As aplicações sucessivas das fases forward e backward fazem com que os pesos sinápticos se ajustem automaticamente em cada iteração, implicando na diminuição do erro. O erro utilizado entre as saídas da rede e a saída desejada é o erro quadrático médio. A Figura (4.4) esquematiza as duas fases do algoritmo backpropagation.



Figura 4.4: As duas fases de treinamento da rede PMC.

Fonte: Silva, Spatti e Flauzino, 2010.

Para programação do algoritmo backpropagation consideram-se as atualizações dos pesos sinápticos na direção negativa do gradiente da função de erro quadrático, Lopes(2010). A demonstração e formulação do algoritmo backpropagation está presente em Silva, Flauzino e Spatti (2010).

Para melhor convergência da rede, insere-se os termos de momentum e taxa de aprendizado durante o seu processo de treinamento. A inserção do termo de momentum, torna o processo de convergência da rede mais eficiente, pois leva em consideração o critério de quão afastada está a solução atual da ótima. Silva, Flauzino e Spatti (2010) afirmam que normalmente são utilizados para o coeficiente de aprendizado valores no intervalo [0,05 0,75] e para taxa de momentum [0 0,8].

4.1 O Algoritmo Backpropagation

Apresenta-se nesta seção a formulação matemática do Algoritmo Backpropagation, utilizando como referência Silva, Flauzino e Spatti (2010). Utiliza-se para demonstração do algoritmo uma rede PMC com duas camadas intermediárias, todavia esse procedimento pode ser generalizado para qualquer topologia de rede PMC. O conjunto de variáveis, com sua notação, e a topologia da RNA utilizada são apresentadas nas Figuras 4.5 e 4.6.



Figura 4.5: Representação de uma rede PMC com duas camadas intermediarias. Fonte: Silva, Spatti e Flauzino, 2010.



Figura 4.6: Configuração de neurônio utilizada.

Fonte: Silva, Spatti e Flauzino, 2010.

Considera-se que cada neurônio j pertence a uma camada L, g(.) representa a função de ativação contínua e diferenciável em todo domínio, $w_{jn}^{(L)}$ as matrizes de peso sináptico cujos elementos ligam o j-ésimo neurônio da camada L ao i-ésimo neurônio da camada (L-1), $I_j^{(L)}$ representa vetores cujos elementos denotam a entrada ponderada em relação ao j-ésimo neurônio da camada L, definido pela Equação (4.2) e $Y_j^{(L)}$ são vetores cujos elementos denotam a saída do j-ésimo neurônio em relação a camada L, dado pela Equação (4.3).

$$I_j^{(L)} = \sum_{i=0}^n w_{ji}^{(L)} x_i \tag{4.2}$$

$$Y_j^{(L)} = g(I_j^{(L)})$$
(4.3)

Utiliza-se o erro quadrático médio para medir o desempenho da rede, o erro entre as respostas produzidas pelos neurônios de saída comparado aos valores desejados, ou seja:

$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_3} (d_j(k) - Y_j^{(3)}(k))^2$$
(4.4)

sendo $Y_j^{(3)}(k)$ o valor produzido pelo *j*-ésimo neurônio de saída, na *k*-ésima amostra de treinamento, e $d_j(k)$ o valor almejado.

Assim, o erro quadrático médio é calculado como:

$$E_M = \frac{1}{\rho} \sum_{k=1}^{\rho} E(k).$$
(4.5)

Divide-se a explicação do algoritmo backpropagation em duas partes: primeiramente mostra-se o ajuste dos pesos sinápticos na camada neural de saída e depois o ajuste dos pesos sinápticos nas camadas intermediárias.

4.1.1 Ajuste dos pesos sinápticos na camada de saída

Nessa etapa ajusta-se a matriz de pesos sinápticos na camada neural de saída para minimizar o erro entre a saída produzida pela RNA e a saída desejada. Considerando a definição de gradiente e as regras de diferenciação em cadeia, que podem ser vistas em Stewart (2004), tem-se:

$$\nabla E^{3} = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(3)}} = \frac{\partial E}{\partial Y_{j}^{(3)}} \cdot \frac{\partial Y^{(3)}_{ji}_{ji}}{\partial I_{j}^{(3)}} \cdot \frac{\partial I_{j}^{(3)}}{\partial w_{ji}^{(3)}}$$
(4.6)

Considerando,

$$\frac{\partial I_{j}^{(3)}}{\partial w_{ji}^{(3)}} = Y_{i}^{(3)} \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial Y_j^{(3)}}{\partial I_j^{(3)}} = g'(Ij^{(3)}) \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial E}{\partial Y_j^{(3)}} = -(d_j - Y_j^{(3)}) \tag{4.9}$$

com g'(.) sendo a derivada primeira da função de ativação.

Substituindo as Equações (4.7), (4.8) e (4.9) na Equação (4.6), obtêm-se:

$$\nabla E = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^3} = -(d_j - Y_j^3) g'(I_j^3) Y_i^3$$
(4.10)

Silva et al. (2010) afirmam que o ajuste da matriz de pesos para minimização do erro deve ser realizado em direção oposta ao gradiente. Assim,

$$\nabla w_{ji}^{(3)} = \eta . \delta_j^{(3)} . Y_i^{(3)}$$
(4.11)

com δ sendo o gradiente local em relação ao j-ésimo neurônio da camada de saída,

$$\delta_j^{(3)} = (d_j - Y_j^{(3)}) g'(I_j^{(3)}). \tag{4.12}$$

4.1.2 Ajuste dos pesos sinápticos na camada intermediária

O ajuste dos pesos sinápticos nas camadas intermediárias é realizado com a estimativa do erro de saída produzido por neurônios da camada intermediária posterior, previamente ajustado. Na rede analisada considera-se duas camadas intermediárias com isso aborda-se o processo para o ajuste dos pesos sinápticos em relação a essas, porém o procedimento pode ser generalizado para quaisquer topologia de redes PMC, independente da quantidade de camadas intermediárias (Silva et al., 2010).

Na segunda camada intermediária o ajuste dos pesos sinápticos, tem como objetivo minimizar erro entre a saída produzida pela RNA em relação à retropopagação do erro considerando os ajustes dos neurônios da camada de saída.

$$\nabla E^2 = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(2)}} = \frac{\partial E}{\partial Y_j^{(2)}} \cdot \frac{\partial Y_j^{(2)}}{\partial I_j^{(2)}} \cdot \frac{\partial I_j^{(2)}}{\partial w_{ji}^{(2)}}$$
(4.13)

Considerando,

$$\frac{\partial I_j^{(2)}}{\partial w_{ii}^{(2)}} = x_i \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial Y_j^{(2)}}{\partial I_j^{(2)}} = g'(I_j^{(2)}) \tag{4.15}$$

Para o cálculo da $\frac{\partial E}{\partial Y_j^{(2)}}$ recomenda-se a leitura de Silva et al. (2010),

$$\frac{\partial E}{\partial Y_j} = -\sum_{k=1}^{n_3} \delta_k^{(3)} . w_{kj}^{(3)}$$
(4.16)

Substituindo as Equações (4.14), (4.15) e (4.16) na Equação (4.14), tem-se:

$$\nabla E^{(2)} = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(2)}} = -(\sum_{k=1}^{n_3} \delta_k^{(3)} . w_{kj}^{(3)}) . g'(I_j^{(2)}) . Y_i^{(1)}$$
(4.17)

Como no ajuste da camada de saída, ajusta-se a matriz de pesos sinápticos na direção oposta ao gradiente para minimizar o erro.

$$\nabla w_{ji}^{(2)} = \eta . \delta_j^{(2)} . Y_i^{(1)}$$
(4.18)

Com,

$$\delta_j^2 = \sum_{k=1}^{n_3} \delta_k^{(3)} w_{kj}^{(3)} g'(I_j^{(2)}).$$
(4.19)

Para ajuste dos pesos sinápticos da primeira camada escondida, tem-se:

$$\nabla E^{(1)} = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \frac{\partial E}{\partial Y_j^{(1)}} \cdot \frac{\partial Y_j^{(1)}}{\partial I_j^{(1)}} \cdot \frac{\partial I_j^{(1)}}{\partial w_{ji}^{(1)}}$$
(4.20)

Considerando,

$$\frac{\partial I_j^{(1)}}{\partial w_{ji}^{(1)}} = x_i \tag{4.21}$$

$$\frac{\partial Y_j^{(1)}}{\partial I_j^{(1)}} = g'(I_j^{(1)}) \tag{4.22}$$

Para o cálculo da $\frac{\partial E}{\partial Y_j}$ recomenda-se a leitura de Silva et al. (2010),

$$\frac{\partial E}{\partial Y_j^{(1)}} = -\left(\sum_{k=1}^{n=2} \delta_k^{(2)} . w_{kj}^{(2)}\right) g'(I_j^{(1)}) . x_i \tag{4.23}$$

Substituindo as Equações 4.21, 4.22 e 4.23 em 4.20, encontra-se:

$$\nabla E^{(1)} = \frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = -\left(\sum_{k=1}^{n_2} \delta_k^{(2)} . w_{kj}^{(2)}\right) . g'(I_j^{(1)}) . x_i \tag{4.24}$$

Ajustando a matriz de pesos sinápticos na direção oposta ao gradiente para minimizar o erro, tem-se:

$$\nabla w_{ji}^1 = \eta. \delta_j^1. x_i \tag{4.25}$$
Com,

$$\delta_j^1 = \sum_{k=1}^{n_2} \delta_k^2 w_{kj}^2 g'(I_j^1)$$
(4.26)

4.1.3 O termo de momentum

O termo de momentum é inserido ao algoritmo backpropagation com intuito de tornar a convergência mais eficiente. O coeficiente de momentum analisa o quanto a matriz de pesos sinápticos foi modificada em duas iterações sucessivas (Silva et al., 2010).

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji} + \alpha(w_{ji}(t) - w_{ji}(t-1)) + \eta \delta_j Y_j$$
(4.27)

onde α é a taxa de momentum e seu valor está entre zero e um, a segunda parcela da soma representa o termo de momentum e a terceira parcela da soma o termo de aprendizagem.

Capítulo 5

Resultados Numéricos para a Viga de Euler-Bernoulli

O presente capítulo apresenta os resultados numéricos obtidos na localização de danos na viga de Euler-Bernoulli utilizando Redes Neurais Artificiais. Nessa pesquisa utiliza-se uma rede Perceptron de múltiplas camadas (PMC) com processo de treinamento supervisionado utilizando o Algoritmo Blackpropagation com taxa de momentum. Divide-se o processo da rede em duas etapas: treinamento e teste.

5.1 Propriedades da viga de Euler-Bernoulli

Considera-se uma viga simplesmente apoiada de Euler-Bernoulli, a viga em analise é de alumínio possuindo seção retangular como mostrado na Figura 5.1.



Figura 5.1: Viga contínua.

Fonte: Pereira, 2018.

Utiliza-se a mesma malha de elementos para discretizar o campo de deslocamento e o campo de dano, via Modelo de Elementos Finitos (MEF). São considerados 20 elementos finitos uniformes, como apresentado na Figura 5.2.



Figura 5.2: Viga discretizada em 20 elementos.

Fonte: Pereira, 2018.

São adotados dois elementos por nó, onde cada ponto nodal possui dois graus de liberdade (GDL): um transversal e um rotacional. Com isso, a estrutura possui 20 elementos, 21 nós, 42 GDL porém devido as condições de contorno têm-se 40 GDL e 21 parâmetros de coesão.

As propriedades materiais e geométricas da viga de alumínio são mostradas na Tabela 5.1, esses dados são utilizados para geração das matrizes de flexibilidade ($G_{mm} \in G_{exp}$) no MEF.

Comprimento	1 m
Espessura (h0)	0,005 m
Largura	0,05 m
Massa específica	2700 kg/m^4
Momento de inércia de área	$5,21 \times 10^{-10} m^4$
Módulo de elasticidade nominal	$7,26 \times 10^{10} Pa$

Tabela 5.1: Propriedades materiais e geométricas da viga.

O campo de deslocamento $u^{e}(\bar{x})$ é dado pela Equação (5.1)

$$u(\bar{x}) = A_1(\bar{x})q_1 + A_2(\bar{x})q_2 + A_3(\bar{x})q_3 + A_4(\bar{x})q_4, \tag{5.1}$$

sendo,

- \bar{x} a coordenada local;
- q_1 é o deslocamento transversal no nó 1;
- q_2 é o deslocamento rotacional no nó 1;
- q_3 é o deslocamento transversal no nó 2;
- q_4 é o deslocamento rotacional no nó 2;
- $A_1, ..., A_4$ são as funções de interpolação ou de forma.



Figura 5.3: Elemento de viga com dois nós.

Fonte: Azevedo, 2003.

Azevedo (2003), apresenta a dedução das funções de interpolação para uma viga de Euler Bernoulli. As funções de interpolação são obtidas por meio da interpolação Hermitiana, que considera rotação, pela seguinte formulação:

$$\bar{A} = Q^{-1}V \tag{5.2}$$

onde \overline{A} é o vetor das funções de forma, V é um vetor que contém os fatores de um polinômio e Q é a matriz cujas colunas são formadas pela avaliação do vetor V e V' nos nós \overline{x}_{11} e \overline{x}_{21} . Considere,

$$V = \begin{bmatrix} 1\\ \bar{x}\\ \bar{x}^2\\ \bar{x}^3 \end{bmatrix}$$
(5.3)

Daí,

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \bar{x}_1 & 1 & \bar{x}_2 & 0 \\ \bar{x}_2^2 & 2\bar{x}_1 & \bar{x}_2^2 & 2\bar{x}_2 \\ \bar{x}_1^3 & 3\bar{x}_1^2 & \bar{x}_2^3 & 3\bar{x}_2^2 \end{bmatrix}$$
(5.4)

Sendo $\bar{x}_{11} = -\frac{L}{2}$ e $\bar{x}_{21} = \frac{L}{2}$, como apresentado na Figura 5.3,

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-L}{2} & 1 & \frac{L}{2} & 1 \\ \frac{L^2}{4} & -L & \frac{L^2}{4} & L \\ \frac{-L^3}{8} & \frac{3L^2}{4} & \frac{L^3}{8} & \frac{3L^2}{4} \end{bmatrix}$$
(5.5)

Então,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2L} & 0 & \frac{2}{L^3} \\ \frac{L}{8} & -1/4 & \frac{-1}{2L} & \frac{1}{L^2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2L} & 0 & \frac{-2}{L^3} \\ \frac{-L}{8} & \frac{-1}{4} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{x} \\ \bar{x}^2 \\ \bar{x}^3 \end{bmatrix}$$
(5.6)

Logo,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}$$
(5.7)

 $\operatorname{com},$

$$A_1 = \frac{1}{2} - \frac{3\bar{x}}{2L} + \frac{2\bar{x}^3}{L^3};$$
(5.8)

$$A_2 = \frac{L}{8} - \frac{\bar{x}}{4} - \frac{\bar{x}^2}{2L} + \frac{\bar{x}^3}{L^2};$$
(5.9)

$$A_3 = \frac{L}{2} + \frac{3\bar{x}}{2L} - \frac{2\bar{x}^3}{L^3};$$
(5.10)

$$A_4 = \frac{-L}{8} - \frac{\bar{x}}{4} + \frac{\bar{x}^2}{2L} + \frac{\bar{x}^3}{L^2},$$
(5.11)

Considerando a aproximação do campo de deslocamento, a matriz de rigidez elementar é dada por

$$K^{e} = \int_{-l/2}^{l/2} B^{T} B E(\bar{x}) I(\bar{x}) d\bar{x}, \qquad (5.12)$$

onde B é a matriz de deformação, E é o módulo de elasticidade, I é o momento de inércia de área da seção transversal da viga.

Azevedo (2003) defini a matriz de deformação B como,

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \bar{x}^2} & \frac{\partial^2 A_2}{\partial \bar{x}^2} & \frac{\partial^2 A_3}{\partial \bar{x}^2} & \frac{\partial^2 A_4}{\partial \bar{x}^2} \end{bmatrix}$$
(5.13)

Logo,

$$B = \left[\begin{array}{cc} \frac{-12}{L^3}\bar{x} & \left(\frac{1}{L} - \frac{6}{L^2}\bar{x}\right) & \frac{12}{L^3}\bar{x} & \left(\frac{-1}{L} - \frac{6}{L^2}\bar{x}\right) \end{array} \right]$$
(5.14)

A matriz de rigidez do elemento finito é dada por,

$$K^{e} = E_{0}I_{0}\int_{-L/2}^{L/2} \begin{bmatrix} \frac{-12}{L^{3}}\bar{x} \\ (\frac{1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \\ \frac{12}{L^{3}}\bar{x} \\ (\frac{-1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-12}{L^{3}}\bar{x} & (\frac{1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) & \frac{12}{L^{3}}\bar{x} & (\frac{-1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \end{bmatrix} d\bar{x}.$$
 (5.15)

Resolvendo a integral temos que:

$$K^{e} = E_{0}I_{0} \begin{bmatrix} \frac{12}{L^{3}} & \frac{6}{L^{2}} & \frac{-12}{L^{3}} & \frac{6}{L^{2}} \\ \frac{6}{L^{2}} & \frac{4}{L} & \frac{-6}{L^{2}} & \frac{2}{L} \\ \frac{-12}{L^{3}} & \frac{-6}{L^{2}} & \frac{12}{L^{3}} & \frac{-6}{L^{2}} \\ \frac{6}{L^{2}} & \frac{2}{L} & \frac{-6}{L^{2}} & \frac{4}{L} \end{bmatrix}$$
(5.16)

Considera-se β o parâmetro de coesão da estrutura, utilizado para descrever o estado de dano e relaciona-se com a ligação entre os pontos materiais do corpo (Corrêa (2013)). Seja,

$$E(\bar{x})I(\bar{x}) = \beta^{e}(\bar{x})E_{0}I_{0}, \qquad (5.17)$$

Tem-se,

$$K^{e} = \int_{-l/2}^{l/2} \beta^{e}(\bar{x}) E_{0} I_{0} B^{T} B d\bar{x}.$$
 (5.18)

Pela Equação (5.18), dois modelos de danos pode ser definido: danos contantes por parte e dano contínuo. Como ilustrados na Figura 5.4.



(b) Modelo de dano constante por partes.

Figura 5.4: Modelos de imposição de dano.

Fonte: Corrêa, 2013.

No modelo de dano constante por partes considera-se que a presença do dano reduz o módulo de elasticidade dos elementos na região danificada. Sendo a matriz de rigidez do elemento de viga dada por,

$$K^{e} = \beta^{e}(\bar{x})E_{0}I_{0}\int_{-l/2}^{l/2} \begin{bmatrix} \frac{-12}{L^{3}}\bar{x} \\ (\frac{1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \\ \frac{12}{L^{3}}\bar{x} \\ (\frac{-1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-12}{L^{3}}\bar{x} & (\frac{1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \\ \frac{12}{L^{3}}\bar{x} & (\frac{-1}{L} - \frac{6}{L^{2}}\bar{x}) \end{bmatrix} d\bar{x}.$$
(5.19)

Calculando a integral, chega-se a

$$K^{e} = \beta^{e}(\bar{x}) E_{0} I_{0} \int_{-l/2}^{l/2} B^{T} B d\bar{x}.$$
(5.20)

$$K^{e} = \beta^{e}(\bar{x})E_{0}I_{0} \begin{bmatrix} \frac{12}{L^{3}} & \frac{6}{L^{2}} & \frac{-12}{L^{3}} & \frac{6}{L^{2}} \\ \frac{6}{L^{2}} & \frac{4}{L} & \frac{-6}{L^{2}} & \frac{2}{L} \\ \frac{-12}{L^{3}} & \frac{-6}{L^{2}} & \frac{12}{L^{3}} & \frac{-6}{L^{2}} \\ \frac{6}{L^{2}} & \frac{2}{L} & \frac{-6}{L^{2}} & \frac{4}{L} \end{bmatrix}$$
(5.21)

Logo,

$$K^e = \beta^e K_0^e \tag{5.22}$$

onde K_0^e é a matriz de rigidez sem dano. Assim, nesse modelo a matriz de rigidez de um elemento qualquer é proporcional a matriz de rigidez sem dano.

No modelo de dano contínuo, que é adotado nesse trabalho, o dano é descrito ao longo da viga continuamente. A Figura 5.5 ilustra um elemento finito de viga.



Figura 5.5: Elemento padrão e parâmetros de coesão.

Fonte: Corrêa, 2013.

Utiliza-se os valores nodais para interpolar o campo de coesão $\beta^{e}(\bar{x})$ e o campo de deslocamento, como presente em Corrêa (2013)

$$\beta^{e}(\bar{x}) = N_{1}^{e}(\bar{x})\beta_{1}^{e}(\bar{x}) + N_{2}^{e}(\bar{x})\beta_{2}^{e}(\bar{x}), \qquad (5.23)$$

com $\beta_1^e \in \beta_2^e$, respectivamente, os valores nodais de coesão nos nós locais 1 e 2 e $N_1 \in N_2$ as funções de interpolação lineares, apresentadas na Figura 5.6.



Figura 5.6: Funções de interpolação lineares. Fonte: Corrêa, 2013.

A matriz de rigidez elementar para o modelo de dano contínuo é dada pela Equação (5.25),

$$K^{e} = E_{0}I_{0}\int_{-l/2}^{l/2} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\bar{x}}{l}\right)\beta_{1} + \left(\frac{1}{2} + \frac{\bar{x}}{l}\right)\beta_{2}\right]B^{T}Bd\bar{x}.$$
(5.24)

$$K^{e} = \frac{E_{0}I_{0}}{2l} \begin{pmatrix} \frac{12}{l^{2}}(\beta_{1}+\beta_{2}) & \frac{4}{l}(2\beta_{1}+\beta_{2}) & -\frac{12}{l^{2}}(\beta_{1}+\beta_{2}) & \frac{4}{l}(\beta_{1}+2\beta_{2}) \\ \frac{4}{l}(2\beta_{1}+\beta_{2}) & 2(3\beta_{1}+\beta_{2}) & -\frac{4}{l}(2\beta_{1}+\beta_{2}) & 2(\beta_{1}+\beta_{2}) \\ -\frac{12}{l^{2}}(\beta_{1}+\beta_{2}) & -\frac{4}{l}(2\beta_{1}+\beta_{2}) & \frac{12}{l^{2}}(\beta_{1}+\beta_{2}) & -\frac{4}{l}(\beta_{1}+2\beta_{2}) \\ \frac{4}{l}(\beta_{1}+2\beta_{2}) & 2(\beta_{1}+\beta_{2}) & \frac{4}{l}(\beta_{1}+2\beta_{2}) & 2(\beta_{1}+\beta_{2}) \end{pmatrix}.$$
(5.25)

Considerando que o módulo de elasticidade é uniforme ao longo da viga, o dano só altera as propriedades geométricas da mesma. Portanto, o momento de inércia de área da estrutura danificada é dado por,

$$I(x) = \beta(x)I_0. \tag{5.26}$$

Para uma viga com a área de seção transversal retangular, o momento de inércia de área é dado por (Pereira, 2018),

$$I_0(x) = \int_s y^2 ds = \int_{-h_0/2}^{h_0/2} y^2 = \frac{ch_0^3}{12}$$
(5.27)

Logo,

$$\frac{ch^3}{12} = \beta \frac{ch_0^3}{12} \tag{5.28}$$

$$h^3 = \beta h_0^3 \tag{5.29}$$

e, portanto, o campo de coesão pode ser definido como uma relação cúbica que depende apenas da espessura nominal da viga e da espessura na posição genérica x, Corrêa (2018),

$$\beta(x) = \left(\frac{h(x)}{h_0}\right)^3.$$
(5.30)

A Figura 5.7 representa o dano com perfil triangular abordado para a viga neste trabalho.



Figura 5.7: Perfil do dano simulado.

Fonte:Corrêa, 2013.

onde c representa a largura da viga, h_0 a espessura nominal da viga, h(x) a espessura da posição danificada, x é o vértice do triângulo e d é a medida do comprimento dos dois elementos afetados pelo dano.

5.1.1 Introdução de ruídos aos modos de vibração

Com objetivo de simular a obtenção de dados modais, provenientes de um experimento, de forma mais realística são introduzidas pertubações aleatórias com distribuição uniforme (ruídos de medição) nas formas modais de vibração, seguindo a formulação de Sohn e Lawv (1997) e Jashi e Ren (2016). Os modos de vibração com a imposição de ruídos, são dados pela formulação

$$\phi_r = \phi(1 + \frac{p}{100} rand(-1, 1)) \tag{5.31}$$

onde ϕ_r é o modo de vibração contaminado por ruído e ϕ são os modos de vibração originais, p é o nível de ruído acrescentado e rand uma função geradora de números aleatórios no intervalo de (-1,1).

5.2 Etapa da Treinamento da Rede Neural Artificial

O presente trabalho utiliza o processo de treinamento supervisionado, com isso cada amostra de treinamento é composta pelos sinais de entrada e suas correspondentes saídas. Foram criados 63 padrões de entrada introduzidos pela Equação (5.32):

$$E_k = \frac{|G_{mm} - G_{exp}|}{|G_{mm}|} \times 100.$$
(5.32)

onde |.| simboliza o valor absoluto e k representando o número de elementos da entrada, esse número está relacionado com a quantidade de GDL considerados. Por exemplo, se considerarmos 10 GDL medidos temos as matrizes G_{mm} e G_{exp} formadas por 10 linhas e 10 colunas, assim teremos 100 elementos de entrada $(Ent_1, ..., Ent_{100})$.

Utilizou-se o pacote CALFEM do software Matlab, para obtenção da matriz de rigidez da viga. Utilizou-se o pacote CALFEM do software Matlab, para obtenção da matriz de rigidez da viga, onde alterações necessárias foram realizadas para a obtenção da matriz de rigidez em função dos parâmetros de coesão que descrevem o dano na estrutura.

Segundo Corrêa (2013) a matriz de flexibilidade consegue diferenciar danos estruturais de mesma intensidade em posições simetricamente equivalentes. No entanto, em uma viga discretizada em 21 posições um dano de 20% introduzido na posição 6 fará a mesma alteração na frequência natural na posição 16, considerando a mesma intensidade de dano. Verifica-se também, que a perturbação introduzida pelos ruídos tem grande influência nos modos de vibração o que pode tornar mais difícil a identificação correta do dano. Por outro lado, as frequências naturais são pouco influenciadas por ruídos. Com isso decidiuse utilizar também para geração das entradas da rede, o valor das frequências naturais em relação aos modos medidos.

Logo, a Entrada da Rede pode ser expressa como:

$$Entrada = [E_1, E_2, ..., E_k, f_1/100, f_2/100, ..., f_{nf}/100]^T.$$
(5.33)

onde nf representa o número de modos de vibração considerados no ensaio.

Para cada entrada criada existe um respectivo padrão de saída formado pelo valor do dano na posição indicada. Insere-se o valor do parâmetro de coesão (β) na posição em que se encontra o dano e nas demais posições (livres de danos estruturais) coloca-se o valor $\beta = 1$.

$$Saida = [1, ..., \beta, ..., 1]^T$$
(5.34)

Para geração da entrada foram consideradas todas as 21 posições da rede para três parâmetros de dano abordados: $\beta = 0, 216; \beta = 0, 422; \beta = 0, 729$, na ausência de ruído. A Tabela 5.2 mostra as posições utilizadas para treinamento da rede, juntamente o parâmetro de coesão (β) e a relação entre a espessura danificada e a espessura original.

Posição do dano (nó)	β	$h(x)/h0 = \beta^-$
1	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
2	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
3	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
4	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
5	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
6	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
7	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
8	0,216;0,422;0,729	0,6; 0,75; 0,9
9	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
10	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
11	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
12	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
13	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
14	0,216;0,422;0,729	0,6; 0,75; 0,9
15	0,216;0,422;0,729	0,6; 0,75; 0,9
16	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
17	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
18	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
19	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
20	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
21	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados na fase de treinamento.

Os parâmetros utilizados para o treinamento da RNA, são:

- 100 sinais de entrada;
- 3 camadas neurais intermediarias com 100 neurônios cada uma;
- 1 camada de saída com 21 neurônios;
- Funções de ativação:
 - Utiliza-se a função tansig nas camadas neurais intermediarias:

A função tangente hiperbólica (tansig) é dada pela expressão,

$$g(u) = \frac{1 - e^{-\vartheta u}}{1 + e^{-\vartheta u}} \tag{5.35}$$

onde ϑ refere-se ao nível de inclinação da função em relação ao seu ponto de inflexão. Pertence a família das funções sigmodais e assume valores reais no intervalo [-1,1], como mostra a Figura 5.8.



Figura 5.8: Função tansig.

- Utiliza-se a função logsig na camada neural de saída:

A função Logística (logsig) é dada pela expressão,

$$g(u) = \frac{1}{1 + e^{-\vartheta u}}$$
(5.36)

onde ϑ refere-se ao nível de inclinação da função em relação ao seu ponto de inflexão. Pertence a família das funções sigmodais e assume valores reais no intervalo [0,1], como mostra a Figura 5.9.



Figura 5.9: Função logsig.

- Algoritmo de treinamento gradient descent backpropagation com momentum e taxa adaptativa;
- Taxa de aprendizagem 0,6;
- Coeficiente de Momentum 0,5.

5.3 Teste da Rede Neural Artificial

Após a etapa de treinamento realiza-se a etapa de teste da mesma. Foram feitas quatro conjunturas de testes afim de diferencia-las e verificar qual teria melhores resultados. O erro final desejado para o treinamento foi de 10^{-7} e todas as redes foram treinadas

atingindo o erro estabelecido, os demais parâmetros adotados e obtidos são expostos na Tabela 5.3. O treinamento da rede foi realizado no Neural Network Toolbox do software $Matlab^{\ensuremath{\mathbb{R}}}$ sendo executado em um Notebook CCE munido de um processador Intel Core i3 com 4,00 GB de memória RAM.

Teste	Número máx de iterações	Número de iterações atingidas	Tempo de treinamento
1	800000	605812	5 horas 30 minutos e 04 segundos
2	800000	746301	8 horas 03 minutos e 27 segundos
3	800000	701190	8 horas 08 minutos e 37 segundos
4	800000	710981	8 horas 51 minutos e 09 segundos

Tabela 5.3: Parâmetros para teste.

Corrêa (2013) realiza um estudo sobre o comportamento da viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada em função da intensidade e localização do dano, observou que as frequências naturais apresentam pouca sensibilidade ao dano nas regiões próximas as extremidades da viga, sendo provável uma maior dificuldade na identificação de dano. Em seu estudo sobre a o comportamento da matriz de flexibilidade estrutural em função da posição e da intensidade do dano, a presença de um dano estrutural nas regiões próximas aos extremos da viga não apresentaram variações significativas na matriz de flexibilidade e as posições no centro da viga tiveram as maiores variações na flexibilidade relativa. Por isso,no presente trabalho, utiliza-se para teste posições próximas aos extremos da viga, consideradas regiões sensíveis a identificação do dano e uma posição localizada na região central da estrutura.

Insere-se pertubações aleatórias, ruídos de medição, aos modos de vibração para simular de forma mais realística o experimento. Segundo Alvandi e Cremona (2005) a adição de 3% de ruído aos modos de vibração pode ser considerado um nível elevado de ruído, o autor adota em sua pesquisa 0,1 %, 0,25%, 0,5%, 0,75%, 1%, 1,5%, 2%, 2,5% e 3% de ruído nas formas modais. Goméz, Escobar e Rodríguez (2008) consideram como apropriado um nível de ruído de 2%. Corrêa, Stutz e Tenembaum (2015) utilizam em sua pesquisa 1% e 3% de ruído nos modos de vibração. Com isso, acredita-se que uma adição de até 5% de ruído já atenda o objetivo de simular de forma mais realística o experimento, neste trabalho utiliza-se 1%, 3% e 5% de ruído incorporado aos modos de vibração.

Para realizar uma análise comparativa entre os testes realizados utilizou-se parâmetros iguais, os cenários de dano abordado são apresentados na Tabela 5.4.

Caso	Posição do dano	β	$\frac{h(x)}{h_0}$	Nivel de ruido $\%$
1	4	0,312	$0,\!6782$	0, 1, 3 e 5
2	4	0,722	0,8977	0, 1, 3 e 5
3	12	0,312	0,6782	0, 1, 3 e 5
4	12	0,722	0,8977	0, 1, 3 e 5
5	18	0,312	0,6782	0, 1, 3 e 5
6	18	0,722	0,8977	0, 1, 3 e 5

Tabela 5.4: Cenário do dano- Teste 1.

5.3.1 Teste 1

Para realização do Teste 1, considera-se 10 GDL medidos, sendo assim as matrizes G_{mm} e G_{exp} possuirão cada uma, 10 linhas e 10 colunas e são considerados 6 modos de vibração medidos. A Tabela 5.5 mostra as frequências naturais obtidas pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) e as frequências naturais teóricas, na faixa de 0 a 450 Hz.

Modos	Frequência Natural (Hz)	Frequência Natural Teórica (Hz)
1	11.7335	11.3764
2	46.9343	43.6091
3	105.6051	99.3242
4	187.7562	183.5124
5	293.4138	291.7708
6	422.6319	410.8999

Tabela 5.5: Frequências Naturais.

Abaixo são apresentados os resultados da identificação de danos em termos da altura relativa. O eixo vertical possui a espessura relativa pela espessura nominal (h(x)/h0) e o eixo horizontal o número da posição do dano (o nó equivalente). A Figura 5.10 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 4 com 0 % de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.10: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura 5.11 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar a posição do dano quantificando-o como $h(x)/h_0 = 0,7897.$



Figura 5.11: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura 5.12 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 5 com $h(x)/h_0 = 0,7380$.



Figura 5.12: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura 5.13 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia localizou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,5853$.



Figura 5.13: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura 5.14 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 12 com 0 % de ruído de medição. A metologia localizou e quantificou o dano de maneira exata.



Figura 5.14: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura 5.15 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 12 com 1 % de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,7539$.



Figura 5.15: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura 5.16 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,5859$.



Figura 5.16: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura 5.17 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia localizou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,7550$.



Figura 5.17: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura 5.18 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 18 com 0 % de ruído de medição. A metodologia localizou e quantificou corretamente o dano na estrutura.



Figura 5.18: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura 5.19 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia localizou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,6472$.



Figura 5.19: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura 5.20 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia localizou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8653$.



Figura 5.20: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura 5.21 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,6782$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia localizou o dano na identificou na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8926$.



Figura 5.21: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

A Figura 5.22 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.22: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura 5.23 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8969$.



Figura 5.23: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura 5.24 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 6 com $h(x)/h_0 = 0,9373$.



Figura 5.24: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura 5.25 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 6 com $h(x)/h_0 = 0,8049$.



Figura 5.25: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura 5.26 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.26: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura 5.27 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.27: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura 5.28 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,9387$.



Figura 5.28: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura 5.29 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,8872$ também indicou um leve defeito na posição 8 com $h(x)/h_0 = 0,9829$.



Figura 5.29: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura 5.30 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o defeito na estrutura.



Figura 5.30: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura 5.31 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,9361$.



Figura 5.31: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura 5.32 apresenta dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,8433$.



Figura 5.32: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura 5.33 apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,9525$.



Figura 5.33: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

Por meio dos resultados obtidos pode-se afirmar que a metodologia foi eficiente em localizar a região afetada pelo dano estrutural em todos os casos analisados. Para simulações onde não se considera ruído de medição a metodologia encontrou resultados idênticos aos esperados. Considerando-se ruídos nas formas modais a RNA foi capaz de localizar a região afetada pelo dano estrutural em todos cenários apresentados.

5.3.2 Teste 2

O teste 2 diferencia-se do teste 1, pois considera 20 GDL como medidos, as matrizes $G_{mm} e G_{exp}$ possuirão cada uma 20 linhas e 20 colunas. São considerados medidos 6 modos de vibração, as frequências geradas na faixa de 0 a 450 Hz. Abaixo são apresentados os resultados gráficos, onde o eixo vertical possui a espessura relativa pela espessura nominal $\frac{h(x)}{h_0}$ e o eixo horizontal o número da posição do dano (o nó equivalente).

A Figura (5.34) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de identificar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.34: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura (5.35) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar com exatidão o dano estrutural.



Figura 5.35: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura (5.36) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,7826$.



Figura 5.36: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (5.37) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8828$.



Figura 5.37: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura (5.38) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.38: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura (5.39) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.39: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura (5.40) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8453$, apontou também um leve dano na posição 14 com $h(x)/h_0 = 0,9774$.



Figura 5.40: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (5.41) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 10 com $h(x)/h_0 = 0,8402$.



Figura 5.41: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura (5.42) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,5212$.



Figura 5.42: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura (5.43) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,6233$



Figura 5.43: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura (5.44) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,9479$.



Figura 5.44: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (5.45) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano nas posições 16 e 17 com $h(x)/h_0 = 0,9157$, $h(x)/h_0 = 0,8318$ respectivamente.



Figura 5.45: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

A Figura (5.46) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.46: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura (5.47) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de identificar e localizar o dano estrutural.



Figura 5.47: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura (5.48) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,9096$.



Figura 5.48: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (5.49) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia localizou com exatidão o dano estrutural na posição 3.



Figura 5.49: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura (5.50) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.50: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura (5.51) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,8723$.


Figura 5.51: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura (5.52) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,9688$.



Figura 5.52: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (5.53) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 11 com $h(x)/h_0 = 0,8825$.



Figura 5.53: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura (5.54) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.54: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura (5.55) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta e encontrou um leve dano na posição 15 com $h(x)/h_0 = 0,9785$.



Figura 5.55: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura (5.56) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 17 com $h(x)/h_0 = 0,9063$.



Figura 5.56: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (5.57) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 e 17 com $h(x)/h_0 = 0,9105eh(x)/h_0 = 0,8627$ respectivamente.



Figura 5.57: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

Os resultados obtidos com as configurações adotadas no Teste 2, mostram que a RNA foi capaz de localizar a região de incidência do dano estrutural nos casos analisados. Assim como no Teste 1 o método em algumas situações localizou o dano na posição vizinha a posição de correta locação do defeito estrutural, todavia pode-se considerar que o recurso utilizado foi capaz de apontar a região de incidência do dano estrutural (extremidade inicial da viga, centro da estrutura e extremidade final da viga).

5.3.3 Teste 3

Considera-se que 10 GDL são medidos, as matrizes G_{mm} e G_{exp} possuirão cada uma, 10 linhas e 10 colunas e utiliza-se 8 modos de vibração como medidos. A tabela 5.6 mostra as frequências naturais obtidas pelo Método dos Elementos Finitos e as frequências naturais teóricas, na faixa de 0 a 750 Hz.

Modos	Frequência Natural (Hz)	Frequência Natural Teórica (Hz)
1	11.7335	11.3764
2	46.9343	43.6091
3	105.6051	99.3242
4	187.7562	183.5124
5	293.4138	291.7708
6	422.6319	410.8999
7	575.5058	546.9941
8	752.1884	722.2631

Tabela 5.6: Frequências Naturais da viga.

Adiante são apresentados os resultados gráficos, o eixo vertical possui a espessura relativa pela espessura nominal (h(x)/h0) e o eixo horizontal o número da posição do dano (o nó equivalente).

A Figura (5.58) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.58: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura (5.59) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar com exatidão o dano estrutural.



Figura 5.59: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura (5.60) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8810$.



Figura 5.60: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (5.61) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 5 com $h(x)/h_0 = 0,7054$.



Figura 5.61: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura (5.62) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.62: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura (5.63) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,5745$.



Figura 5.63: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura (5.64) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,5172$.



Figura 5.64: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (5.65) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,6709$.



Figura 5.65: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura (5.66) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia localizou e quantificou o dano estrutural.



Figura 5.66: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura (5.67) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.67: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura (5.68) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,5628$.



Figura 5.68: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (5.69) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,7560$.



Figura 5.69: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

A Figura (5.70) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.70: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura (5.71) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,9186$.



Figura 5.71: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura (5.72) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 5 com $h(x)/h_0 = 0,9710$.



Figura 5.72: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (5.73) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 5 com $h(x)/h_0 = 0,7655$.



Figura 5.73: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura (5.74) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano na posição correta.



Figura 5.74: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura (5.75) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,8724$.



Figura 5.75: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura (5.76) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,9262$.



Figura 5.76: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (5.77) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 11 com $h(x)/h_0 = 0,8791$.



Figura 5.77: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura (5.78) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.



Figura 5.78: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura (5.79) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural.



Figura 5.79: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura (5.80) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,9788$.



Figura 5.80: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (5.81) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,9801$.



Figura 5.81: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

Pode-se afirmar por meio da análise dos resultados obtidos no Teste 3 que a metodologia foi capaz de localizar a região de incidência do dano estrutural em todos os casos testados. Para os danos estruturais de média severidade $h(x)/h_0 = 0,6782$ e baixa severidade $h(x)/h_0 = 0,8977$ o método foi capaz de localizar a região de incidência do dano estrutural nas posições contidas nas extremidades e centro da estrutura mesmo com a introdução de elevado nível de ruído de medição. A pesquisa utiliza RNA como um localizador de dano estrutural, com isso a localização do dano em posições adjacentes (vizinhas) em relação posição correta pode ser considerado um resultado positivo, uma vez que a metodologia foi capaz de localizar a região de incidência do dano.

5.3.4 Teste 4

O teste 4 diferencia-se do teste 3 pois considera 20 GDL medidos, as matrizes G_{mm} e G_{exp} possuirão cada uma, 20 linhas e 20 colunas, sendo as linhas e colunas relacionadas aos GDL medidos. Além disso, serão considerados 8 modos de vibração, as frequências geradas na faixa de 0 a 750 Hz.

Adiante são apresentados os resultados gráficos, o eixo vertical possui a espessura relativa pela espessura nominal (h(x)/h0) e o eixo horizontal o número da posição do dano (o nó equivalente).

A Figura (5.82) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 0% de ruído



de medição. A metodologia foi capaz de localizar e quantificar o dano estrutural.

Figura 5.82: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura (5.83) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural.



Figura 5.83: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura (5.84) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 4 com $h(x)/h_0 = 0,8905$.



Figura 5.84: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (5.85) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,6010$.



Figura 5.85: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura (5.86) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural.



Figura 5.86: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura (5.87) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 12 com $h(x)/h_0 = 0,8108$.



Figura 5.87: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura (5.88) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 10 e 11 com $h(x)/h_0 = 0,9506eh(x)/h_0 = 0,7118$ respectivamente.



Figura 5.88: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (5.89) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 10 com $h(x)/h_0 = 0,8774$.



Figura 5.89: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura (5.90) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural.



Figura 5.90: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura (5.91) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural.



Figura 5.91: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura (5.92) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 17 com $h(x)/h_0 = 0,7684$ e identificou um leve dano na posição 12 com $h(x)/h_0 = 0,9567$.



Figura 5.92: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (5.93) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,6789$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8894$.



Figura 5.93: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

A Figura (5.94) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 0% de ruído de medição. A metodologia localizou corretamente o dano estrutural.



Figura 5.94: Dano na posição 4 com 0% de ruído.

A Figura (5.95) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição
4 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com
 $h(x)/h_0 = 0,9674$.



Figura 5.95: Dano na posição 4 com 1% de ruído.

A Figura (5.96) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 5 com $h(x)/h_0 = 0,9604$.



Figura 5.96: Dano na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (5.97) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 4 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 6 com $h(x)/h_0 = 0,8237$.



Figura 5.97: Dano na posição 4 com 5% de ruído.

A Figura (5.98) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 0% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano estrutural .



Figura 5.98: Dano na posição 12 com 0% de ruído.

A Figura (5.99) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 10 c0m $h(x)/h_0 = 0,9087$.



Figura 5.99: Dano na posição 12 com 1% de ruído.

A Figura (5.100) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,7327$.



Figura 5.100: Dano na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (5.101) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 12 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta com $h(x)/h_0 = 0,8428$.



Figura 5.101: Dano na posição 12 com 5% de ruído.

A Figura (5.102) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 0% de ruído de medição. A metodologia localizou na posição correta.



Figura 5.102: Dano na posição 18 com 0% de ruído.

A Figura (5.103) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 1% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição correta.



Figura 5.103: Dano na posição 18 com 1% de ruído.

A Figura (5.104) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 3% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,9355$.



Figura 5.104: Dano na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (5.105) apresenta o dano de $h(x)/h_0 = 0,8977$ na posição 18 com 5% de ruído de medição. A metodologia identificou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,8734$.



Figura 5.105: Dano na posição 18 com 5% de ruído.

Para o último cenário analisado, a metodologia também foi capaz de localizar a região afetada pelo dano em todos os casos analisados. Obteve-se resultados positivos quando considerado dano de baixa e média severidade e considerando níveis destintos de ruídos.

Capítulo 6

Identificação com Método de Otimização Híbrido

Neste capítulo, apresenta-se os resultados obtidos pela hibridização entre o Método de Otimização Estocástico Enxame de Partículas (PSO) e o Método da Busca Coordenada (BC). A hibridização PSO/BC, presente em Silva e Souza (2018), tem por objetivo o aprimoramento do algoritmo PSO, uma vez que o algoritmo tem boa funcionalidade na rápida localização da região do ótimo, porém pode encontrar dificuldade na realização de uma busca mais refinada dentro dessa região ficando muitas vezes, preso em mínimos locais. Por fim, realiza-se uma comparação entre os resultados obtidos pela RNA na identificação de danos na viga de Euler-Bernoulli considerando ruídos de medição em relação aos resultados obtidos pela hibridização, a fim de verificar a qualidade dos resultados obtidos pela rede.

6.1 Método de Otimização Enxame de Partículas (PSO)

O Método de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) foi proposto por Kennedy e Eberhart (1995), é uma heurística amplamente relacionada com algoritmos de vida artificial e genéticos, devido a sua inspiração em comportamentos sociais. Cada indivíduo, ou partícula, na posição p, é uma solução candidata, a qual se move no espaço de busca com velocidade v, dinamicamente ajustada de acordo com sua própria experiência de movimento e pela experiência de movimento do grupo.

Em cada geração t, as partículas N são manipuladas de acordo com as seguintes relações,

$$v_i(t+1) = wv_i(t) + r_1c_1(p_{best}(t) - p_i(t)) + r_2c_2(g_{best}(t) - p_i(t));$$
(6.1)

onde,

$$p_i(t+1) = p_i(t) + v_i(t+1), \tag{6.2}$$

onde w é denominado termo de inércia, c_1 e c_2 são coeficientes de aceleração, r_1 e r_2 são valores randômicos no intervalo [0,1], p_{best} é a melhor posição ocupada pela partícula e g_{best} é a melhor posição encontrada por todo o grupo.

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo com as etapas realizadas no Método Enxame de Partículas (PSO).

Algori	tmo 1 Algoritmo Enxame de Partículas (PSO)
1: Da	dos c_1 , c_2 , w , N , d (dimensão do problema), ;
2: Gei	car aleatoriamente as posições das partículas do Enxame $(x^1,, x^N)$ e o vetor que descreve
a ve	elocidade inicial $(v^1,, v^N);$
3: Co	$\mathbf{nsidere} \ p_{best} = \mathbf{x}_0^i, \ \forall \mathbf{i}{=}1,, \mathbf{d}. \ \mathbf{g}_{best} = min[p_{best}{}^1,, p_{best}{}^d] \ ;$
4:	Enquanto Critério de parada não for atingido faça
5:	Para $i = 1, 2,, N$ faça
6:	Atualizar a velocidade pela Equação (6.1) ;
7:	Atualizar a posição pela Equação (6.2).
8:	Fim Para;
9:	Atualizar $p_{best} \in g_{best}$
10:	Fim Enquanto;

6.2 O Método da Busca Coordenada

O Método da Busca Coordenada (BC) foi um dos primeiros métodos da classe dos métodos de busca direta. Segundo Diniz-Ehrhardt, Lopes, Pedroso (2010) o algoritmo pode ser explicado da seguinte maneira: Dado um ponto $x^k \in \mathbb{R}$ e um passo $\alpha^k \in \mathbb{R}^+$, o algoritmo analisa os pontos seguinte a Equação (6.3),

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k d \tag{6.3}$$

onde $d \in D$ e D é o conjunto das direções canônicas (positivas e negativas), formado pelas matrizes identidade positiva e negativa ($I \in -I$).

O objetivo do algoritmo é encontrar um ponto x^{k+1} cujo funcional, em pelo menos

uma das direções canônicas, seja menor que o funcional anterior $(f(x^{k+1}) < f(x^k))$. Caso isso não aconteça, isto é, todos os pontos avaliados nas direções canônicas satisfazem $(f(x^{k+1}) > f(x^k))$ o algoritmo permanece no mesmo ponto $(x^{k+1} = x^k)$ e reduz-se o valor do passo pela metade $(\alpha^{k+1} = \alpha^k/2)$.

A Figura 6.1, presente em Souza (2010), apresenta as cinco primeiras iterações do algoritmo aplicado em um problema de duas variáveis.



Figura 6.1: Algoritmo da Busca Coordenada.

Fonte: Souza, 2010.

Na Figura 6.1 o ponto em vermelho simboliza o ponto ótimo. Em (a) o algoritmo é avaliado nas direções coordenadas (norte, sul, leste e oeste) em (b), (c) e (d) o algoritmo se movimenta para as direções norte, oeste e norte, respectivamente, isto é, tais direções produziram decréscimos na função objetivo e por isso não ocorre redução no valor do passo do algoritmo. Observa-se em (e) que nenhum movimento nas direções canônicas produziu um decréscimo no funcional com isso ocorre uma contração no valor do passo, nesse trabalho esse passo é reduzido pela metade, no quadro (f) o método realiza a busca nas direções canônicas conseguindo encontrar um valor menor para o funcional e também o ponto ótimo.

O Algoritmo 2 é baseado no algoritmo presente em Diniz-Ehrhardt et al. (2010) para o Método da Busca Coordenada.

6.3 Hibridização Enxame de Partículas (PSO)/ Busca Coordenada (BC)

A hibridização Enxame de Partículas/Busca Coordenada (PSO/BC) introduz o Método da Busca Coordenada no final de uma iteração do Método PSO. São realizados os passos do algoritmo PSO e, ao final da primeira iteração, quando o algoritmo encontra o valor de g_{best} , a melhor posição ocupada pelo grupo, o método direto se inicia. O algoritmo da busca coordenada usa como chute inicial g_{best} , ao final do método direto o algoritmo retorna aos passos do PSO analisando a solução encontrada pelo critério de parada. Se o resultado for satisfatório, o algoritmo é finalizado apresentando o ponto ótimo da função. Caso negativo, nova iteração do algoritmo 1 realizando toda rotina estabelecida e iniciando o Método da Busca Coordenada (Algoritmo 2) no passo 9, do algoritmo 1, assim que g_{best} é atualizado.

6.4 Análise Comparativa entre o Método de Otimização Híbrido e Redes Neurais Artificiais

Com objetivo de afirmar a eficiência dos resultados encontrados pela Rede Neural Artificial, foram realizados testes semelhantes utilizando a mesma Matriz de Flexibilidade Experimental (G_{exp}) encontrada pela RNA quando considerou-se ruídos de medição nas formas modais. Apresenta-se os resultados obtidos pela RNA considerando como medidos 10 GDL e 6 modos de vibração (cenário analisado no Teste 1) e para o Método Híbrido utiliza-se os seguintes parâmetro: 50 partículas, $c_1 = c_2 = 0,7$ e peso inercial igual a 0,9 e para o Método BC foram feitas 10 iterações e tamanho do passo igual a 0,8, os parâmetros foram escolhidos conforme indicado em Silva et al (2019). As Figuras 6.2 a 6.7 apresentam os resultados obtidos pela metodologia.

A Figura (6.2) representa o resultado encontrado pela RNA na posição 4 para um dano de intensidade $h(x)/h_0 = 0,897$ com 3% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano na posição 6 com $h(x)/h_0 = 0,9373$.



Figura 6.2: Resultado encontrado pela RNA na posição 4 com 3% de ruído.

A Figura (6.3) apresenta o resultado encontrado pela RNA na posição 4 para um dano de intensidade $h(x)/h_0 = 0,897$ com 3% de ruído de medição. O Método PSO/BC foi capaz de localizar o dano na posição 6 com $h(x)/h_0 = 0,9035$.



Figura 6.3: Resultado encontrado pelo PSO/BC na posição 4 com 3% de ruído.

O resultado gráfico apresentado na Figura (6.4) representa o resultado obtido com a RNA na posição 12 para um dano de intensidade $h(x)/h_0 = 0,897$ com 3% de ruído de medição. A metodologia foi capaz de localizar o dano na posição 13 com $h(x)/h_0 = 0,9387$.



Figura 6.4: Resultado encontrado pela RNA na posição 12 com 3% de ruído.

A Figura (6.5) apresenta o resultado obtido pelo PSO/BC na posição 12 para um dano de intensidade $h(x)/h_0 = 0,897 \text{ com } 3\%$ de ruído de medição. O PSO/BC localizou o dano na posição 14 com $h(x)/h_0 = 0,8238$.



Figura 6.5: Resultado encontrado pelo PSO/BC na posição 12 com 3% de ruído.

Os resultados apresentados na Figura (6.6) foi obtido pela RNA na posição 18 para um dano de intensidade $h(x)/h_0 = 0,897 \text{ com } 3\%$ de ruído de medição. O RNA localizou o dano na posição 16 com $h(x)/h_0 = 0,8633$.



Figura 6.6: Resultado encontrado pela RNA na posição 18 com 3% de ruído.

A Figura (6.7) tem-se o resultado obtido pelo Método PSO/BC na posição 18 para um dano de intensidade $h(x)/h_0 = 0,897$ com 3% de ruído de medição. O PSO/BC localizou o dano na posição 17 com $h(x)/h_0 = 0,8096$.


Figura 6.7: Resultado encontrado pelo PSO/BC na posição 18 com 3% de ruído.

Por meio dos resultados obtidos pode-se observar que na presença de sinais ruídos nos modos de vibração o Método de Otimização Híbrido testado: Enxame de Partículas/Busca Coordenada (PSO/BC) foi capaz de localizar a incidência do dano em posições vizinhas a que realmente continha o defeito estrutural. Isto é, manteve-se a característica já previamente vista nos resultados conseguidos pela Rede Neural Artificial. As duas metodologias em análise foram eficientes em apontar a região que estava o defeito estrutural.

A implementação da hibridização foi realizada no software $Matlab^{\ensuremath{\mathbb{R}}}$ e os testes foram executado em um Notebook CCE munido de um processador Intel Core i3 com 4,00 GB de memória RAM. O critério de parada utilizado no Método PSO/BC foi a norma euclidiana da diferença entre os resultados obtidos na iteração atual com a iteração anterior atingir uma dada tolerância, isto é $|| x^k - x^{k-1} ||$, e um número máximo de iterações (80000) Em todos os casos o Método PSO/BC parou pela tolerância estipulada (10⁻⁷), para o dano na posição 4 ele encontrou o resultado apresentado com 48 iterações e em 195,9111 segundos. Na posição 12 atingiu-se a tolerância com 30 iterações e 120,579638 segundos. Por fim, na posição 18, a tolerância foi atingida com 177 iterações e 326,4188 segundos.

Realizou-se uma análise dos funcionais, obtidos pela RNA e pelo Método PSO/BC. O funcional baseia-se na minimização, em relação ao parâmetro de coesão β , de um erro baseado na diferença entre a Matriz de Flexibilidade Experimental G_{exp} e a Matriz de Flexibilidade Analítica (\bar{G}). Definindo-se o vetor de parâmetros de coesão $\beta = [\beta_1, \beta_2,$..., β_{np}], onde np é o número total de parâmetros de coesão. O funcional pode ser definido como:

$$\mathcal{F}(\beta) = \frac{\|G_{\exp} - \bar{G}(\beta)\|^2}{2\|G_{\exp} - \bar{G}_0\|^2}, \quad \text{satisfazendo} \quad 0 \le \beta_j \le 1, \ j = 1, \dots, np, \tag{6.4}$$

onde \bar{G}_0 é a matriz de flexibilidade reduzida $\bar{G}_0 = \bar{G}(\beta_0)$ e $\|.\|$ refere-se à norma de Frobenius.

Para um cenário de dano desconsiderando a presença de ruídos nos modos de vibração temos que $\mathcal{F} = 0$. Considerando a presença de 3% de ruído de medição para um dano com intensidade $\beta = 0,722$, isto é $h(x)/h_0 = 0,897$, sendo a metodologia capaz de localizar a posição correta do dano e indicar a intensidade esperada o valor dos funcionais seriam: $\mathcal{F} = 0,4012, \mathcal{F} = 0,3966, \mathcal{F} = 0,4922$ para as posições 4, 12 e 18 respectivamente.

Os resultados para as metodologias são apresentados na Tabela 6.4, ressalta-se que foi utilizada a mesma Matriz de Flexibilidade Experimental para geração dos resultados.

	Funcional Esperado	Funcional RNA	Funcional PSO/BC
Posição 4	0,4012	0,3666	0,1466
Posição 12	0,3966	0,4167	0,3467
Posição 18	0,4922	0,3082	0,2412

Tabela 6.1: Resultado dos funcionais obtidos pela RNA e PSO/BC.

Por meio da análise dos resultados obtidos, conclui-se que o funcional obtido quando considera-se o dano sendo identificado corretamente (em relação ao valor do parâmetro de coesão e posição), não corresponde ao valor mínimo esperado, isto se justifica pela inserção de ruídos de medição. Isto é, a contaminação de sinais com ruídos de medição é capaz de provocar uma alteração no valor do funcional não sendo ele o valor mínimo esperado. Pode-se afirmar que os resultados obtidos pela RNA foram os mais próximos dos valores apontados como o resultado ideal com ruído de medição e os resultados mínimos foram obtidos pelo PSO/BC (ficaram mais próximos do mínimo ideal sem ruído), o que afirma a eficiência de ambas as metodologias na identificação de danos na presença de ruídos de medição. Com isso, a RNA e o PSO/BC foram capazes de obter resultados menores que os esperados (considerando o funcional ideal com ruído) em razão dos ruídos de medição.

Capítulo 7

Resultados Numéricos para placa de Kirchhoff

No Capítulo 6 realizou-se um estudo sobre a localização de danos em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada, verificando que a metodologia foi capaz de localizar e identificar o defeito na presença e ausência de ruídos nos modos de vibração. Neste capítulo serão apresentados os resultados numéricos obtidos para uma placa de Kirchhoff com um dos lados engastados utilizando a mesma metodologia, Redes Neurais Artificiais. A modelagem do campo de dano foi retirada de Corrêa (2018).

7.1 Placa de Kirchhoff

Para análise do problema de vibração em placas utiliza-se elementos retangulares, como representado na Figura 7.1.



Figura 7.1: Elemento retangular com origem no centro da figura. Fonte: Corrêa, 2013.

A Matriz de Rigidez é formulada pela Equação (7.5) (Corrêa, 2013),

$$K^{e} = \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} \beta^{e}(\bar{x}, \bar{y}) \mathcal{H}^{T}(\bar{x}, \bar{y}) D_{0} \mathcal{H}(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{x} d\bar{y},$$
(7.1)

com,

$$D_0 = \frac{E h_0^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix},$$
(7.2)

е

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{2\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} B^e,$$
(7.3)

considerando $\bar{x} \in \bar{y}$ as coordenadas espaciais locais, com origem no centro do elemento, h_0 sendo a espessura da placa, \mathcal{H} o operador diferencial, E o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson, B^e uma matriz composta pelas funções de interpolação utilizadas.

O campo de dano pode ser modelado pelo Modelo de dano constante por partes e pelo modelo de dano contínuo.

No modelo de dano constante a presença do defeito reduz o modulo de elasticidade dos elementos localizados na região defeituosa, assim a matriz de rigidez de um elemento qualquer é proporcional a matriz de rigidez sem dano.

Neste trabalho, a exemplo da viga, utiliza-se o modelo de dano contínuo. Considera-se para discretização do campo de danos que $\beta^e(\bar{x}, \bar{y})$, para cada elemento finito da placa, é interpolado usando os quatro valores nodais, um em cada ponto nodal do elemento retangular considerado, a Figura 7.2 simboliza isso.



Figura 7.2: Distribuição dos parâmetros de coesão por elemento. Fonte: Corrêa, 2013.

O campo de coesão $\beta(\bar{x}, \bar{y})$ é interpolado a partir de valores nodais. Com isso,

$$\beta^{e}(\bar{x},\bar{y}) = P_{1}^{e}(\bar{x},\bar{y})\beta_{1}^{e} + P_{2}^{e}(\bar{x},\bar{y})\beta_{2}^{e} + P_{3}^{e}(\bar{x},\bar{y})\beta_{3}^{e} + P_{4}^{e}(\bar{x},\bar{y})\beta_{4}^{e},$$
(7.4)

com β_1^e , β_2^e , β_3^e e β_4^e , respectivamente, os valores nodais de coesão nos nós locais 1, 2, 3 e 4; $P_i^1, ..., P_i^4$ as funções de interpolação, apresentadas na Figura 7.3.



Figura 7.3: Funções de interpolação.

Fonte: Corrêa, 2013.

Portanto, a matriz de rigidez pode ser apresentada como

$$K^{e} = \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} [P_{1}^{e}(\bar{x}, \bar{y})\beta_{1}^{e} + P_{2}^{e}(\bar{x}, \bar{y})\beta_{2}^{e} + P_{3}^{e}(\bar{x}, \bar{y})\beta_{3}^{e} + P_{4}^{e}(\bar{x}, \bar{y})\beta_{4}^{e}]\mathcal{H}^{T}(\bar{x}, \bar{y}) D_{0} \mathcal{H}(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{x} d\bar{y},$$
(7.5)

Considera-se que o módulo de elasticidade é uniforme no decorrer da placa, com isso o dano só altera as propriedades geométricas da mesma (Corrêa, 2013). Assim, o campo de coesão pode ser definido como uma relação entre a espessura nominal da placa e a espessura na posição (x, y),

$$\beta(x,y) = \left(\frac{h(x,y)}{h_0}\right)^3,\tag{7.6}$$

onde $h_0 \in h(x, y)$ indicam a espessura nominal da placa e a espessura da posição danificada, respectivamente.

A exemplo da viga, a imposição do defeito é feita através da redução da altura relativa

 $\frac{h(x,y)}{h_0}$ na região com dano. Se $\frac{h(x,y)}{h_0} \neq 1$ o nó é considerado defeituoso, caso $\frac{h(x,y)}{h_0} = 1$ o nó está livre de defeitos.

7.2 Propriedades da placa

O presente trabalho considera uma placa de Kirchhoff com um dos lados engastado como mostrado na Figura 7.4. A placa possui as seguintes dimensões: 0,4 m de largura, 0,6 m de comprimento e 0,005 m de espessura. O coeficiente de Poisson tem o valor de v = 0,33 e módulo de elasticidade nominal de $E_0 = 72,582$ GPa.



Figura 7.4: Placa Simulada

Fonte: Corrêa, 2013.

A placa foi discretizada em 63 elementos retangulares, sendo 7 na direção x e 9 na direção y pelo MEF. Cada ponto nodal possui três GDL de deslocamento: um transversal, um de rotação em x e um de rotação em y, e um parâmetro de coesão. A estrutura possui um total de 80 pontos nodais sendo 8 destes no engaste, 80 parâmetros de coesão e 216 GDL (não considerando os pontos do lado engastado).

Considera-se 36 GDL transversais igualmente espaçados e os modos de vibração na faixa de 0 a 460 Hz. A Figura 7.5 apresenta por meio de pontos vermelhos a posição dos GDL transversais medidos.



Figura 7.5: GDL transversais medidos.

Fonte: Corrêa,2013.

A Tabela 7.1 mostra as Frequências Naturais dos dez primeiros modos medidos.

Modos	Frequência Natural (Hz)
1	12,09
2	39,89
3	75,10
4	135,45
5	186,10
6	218,03
7	278,23
8	293,27
9	423,38
10	457.53

Tabela 7.1: Frequências Naturais.

7.3 Etapa da Treinamento da Rede Neural Artificial

Nesse trabalho utiliza-se o processo de treinamento supervisionado, com isso cada amostra de treinamento é composta pelos sinais de entrada e suas correspondentes saídas. A Entrada é formada por uma composta por 108 sinais de entrada (dispostos em colunas), isto é, considerou-se 36 posições para 3 parâmetros de coesão distintos: $\beta = 0,216; \beta =$ $0,422; \beta = 0,729$, na ausência de ruído. A Tabela 7.2 mostra as posições utilizadas para treinamento da rede, juntamente com o parâmetro de coesão (β) e a relação entre a espessura danificada e a espessura original.

Posição do dano (nó)	β	$h(x)/h0 = \beta^{\frac{1}{3}}$
1	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
3	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
6	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
9	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
11	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
13	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
15	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
17	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
19	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
21	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
23	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
25	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
27	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
29	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
31	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
33	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
35	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
37	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
39	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
41	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
43	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
45	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
47	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
49	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
51	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
53	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
55	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
57	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
59	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
61	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9
63	0,216;0,422;0,729	0,6; 0,75; 0,9
65	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
67	0,216; 0,422; 0,729	0,6;0,75;0,9
69	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
71	0,216; 0,422; 0,729	0,6; 0,75; 0,9
73	0,216;0,422;0,729	0,6;0,75;0,9

Tabela 7.2: Parâmetros utilizados na fase de treinamento.

Os 108 padrões de entrada são introduzidos pela Equação 7.7

$$E = \frac{|G_{mm} - G_{exp}|}{|G_{mm}|} \times 100.$$
(7.7)

A Entrada da Rede pode ser expressa como:

$$Entrada = [E_1, E_2, ..., E_k, f_1/100, f_2/100, f_{nf}/100]^T.$$
(7.8)

onde nf representa o número de modos de vibração considerados no ensaio.

Para cada entrada criada existe um respectivo padrão de saída formado pelo valor do dano na posição indicada. Insere-se o valor do parâmetro de coesão (β) na posição em que se encontra o dano e nas demais posições (livres de danos estruturais) coloca-se o valor $\beta = 1$.

$$Saida = [1, ..., \beta, ..., 1]^T$$
(7.9)

O pacote CALFEM do software MATLAB foi utilizado para geraração da matriz de rigidez analítica para a placa de Kirchhoff, das frequências naturais e dos modos de vibração. Corrêa (2013) realiza alterações no código de geração da matriz de rigidez para cada elemento para descrever, também, o campo de danos.

Os parâmetros utilizados para o treinamento da RNA, são:

- 100 sinais de entrada;
- 4 camadas neurais intermediarias com 100 neurônios cada uma;
- 1 camada de saída com 81 neurônios;
- Funções de ativação:
 - Utiliza-se a função tansig nas camadas neurais intermediarias;
 - Utiliza-se a função logsig na camada neural de saída;
- Algoritmo de treinamento gradient descent backpropagation com momentum e taxa adaptativa;
- Taxa de aprendizagem 0,01;
- Coeficiente de Momentum 0,5;
- Número Máximo de iterações: 800000;
- Tolerância: 10^{-7} .

7.4 Teste da Rede Neural Artificial

A RNA foi treinada com 205805 iterações, em um tempo de 1 hora e 22 minutos atingindo a tolerância estipulada. O treinamento da rede foi realizado no Neural Network Toolbox do software *Matlab*[®] sendo executado em um Notebook CCE munido de um processador Intel Core i3 com 4,00 GB de memória RAM.

No trabalho de Corrêa(2013) é possível observar que danos próximos ao lado engastado da placa são mais fáceis de serem identificados e que, nas posições a partir do centro da placa para a extremidade livre da mesma, há maior dificuldade em localizar e quantificar os danos estruturais. O engaste da placa é o local onde a presença de danos é mais possível de ocorrer, pois é a regiões que ocorre as maiores tensões. Com isso, foram escolhidas posições: no engaste, perto do engaste, no centro e próximas a extremidade livre da placa para análise. Os cenários de danos testados são descritos na Tabela 7.3.

			h(x)	
Caso	Posição do dano	β	$\frac{h(x)}{h_0}$	Nivel de ruido %
1	5	0,6	$0,\!84$	1
2	5	0,8	0,93	3
3	11	0,8	0,93	1
4	11	0,8	0,93	3
5	21	0,8	0,93	1
6	21	0,8	$0,\!93$	3
7	35	0,6	0,84	0
8	53	0,8	0,93	0
9	67	0,8	0,84	0
10	71	0,8	0,74	0

Tabela 7.3: Cenário do dano para placa

Assim como na viga, o campo de dano, no domínio da estrutura, foi interpolado por funções lineares. Quando um dano dano é prescrito por um valor de β , fora da borda da placa, este possui a forma de uma pirâmide, devido as funções de interpolação utilizadas, além disso a região danificada engloba quatro elementos.

Os resultados gráficos obtidos pela metodologia são apresentados adiante.



Figura 7.6: Dano na posição 5 com 1 % de ruído.



Figura 7.7: Dano na posição 5 com 3 % de ruído.



Figura 7.8: Dano na posição 11 com 1% de ruído.



Figura 7.9: Dano na posição 11 com 3% de ruído.



Figura 7.10: Dano na posição 21 com 1 % de ruído.



Figura 7.11: Dano na posição 21 com 3 % de ruído.



Figura 7.12: Dano na posição 35 com 0 % de ruído.



Figura 7.13: Dano na posição 53 com 0 % de ruído.



Figura 7.14: Dano na posição 67 com 0% de ruído.



Figura 7.15: Dano na posição 71 com 0 % de ruído.

A RNA foi capaz de identificar a presença de danos estruturais na região de engaste da placa, local mais provável de ocorrência de danos estruturais, na presença de 1% e 3 % de ruído nas formas modais. O método foi capaz de localizar e quantificar deformações em diferentes posições da placa na ausência de ruído. Destaca-se que para localizar dano em posições que não participaram do treinamento, foi utilizado como Entrada a média aritmética de uma amostra com 100 entradas.

Capítulo 8

Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente trabalho tem por objetivo apresentar resultados do processo de identificação de danos estruturais utilizando Redes Neurais Artificiais. A ideia inicial da pesquisa era utilizar a metodologia na localização de danos estruturais, em substituição aos métodos de localização apresentados em Corrêa (2013). No entanto, como visto na comparação com o Método de Otimização, Hibridização PSO/BC, os resultados obtidos foram os melhores dentro do que é possível considerando ruídos de medição. Na ausência de ruído os resultados encontrados pela RNA é exato.

No estudo com a viga foram testados quatro conjuntos de parâmetros. Os testes se diferenciam pelo número de graus de liberdade (GDL) considerados, modos de vibração medidos e a faixa de medição das frequências naturais teóricas. No teste 1 foram considerados 10 GDL, 6 modos de vibração e as frequências naturais na faixa de 0-450 Hz. Para o teste 2 foram considerados 20 GDL, 6 modos de vibração e as frequências naturais na faixa de 0-450 Hz. Já no teste 3 foram considerados 10 GDL, 8 modos de vibração e as frequências naturais na faixa de 0-750 Hz. Por fim, no teste 4 foram considerados 20 GDL, 8 modos de vibração e as frequências naturais na faixa de 0-750 Hz. Em todos os testes a metodologia foi capaz de localizar e quantificar com exatidão o dano na ausência de dados ruidosos. Quanto foram incorporados ruídos de medição a RNA foi capaz de localizar nos quatro conjuntos testados a região onde estava o defeito estrutural. Ressalta-se que foram considerados danos de média e leve intensidade e diferentes níveis de ruído (1%, 3% e 5%). Os Testes 1 e 3 apresentaram resultados para 3%, e 5% de ruído com eficaz desempenho. Pode-se concluir que todos os testes realizados obtiveram resultados positivos. Mas o aumento do número de GDL e modos de vibração medidos não influenciou em uma melhora significativa dos resultados. O conjunto de parâmetros utilizados no teste 1, previamente exposto em Pereira (2018), se mostrou eficiente na resolução do problema proposto. Com isso, pode-se afirmar que a utilização de um número reduzido de graus de liberdade (GDL) e modo de vibração já proporciona uma boa aproximação para a matriz de flexibilidade.

Os resultados obtidos com a aplicação do Método de Otimização Híbrido foram de grande importância para afirmar que os da Rede Neural Artificial (RNA), na identificação de danos na viga considerando a presença de ruídos de medição, foram positivos. Por meio da resposta obtida pelo cálculo do funcional pode-se afirmar que ambas as metodologias foram eficientes no processo de localização de danos estruturais e que na presença de ruído de medição, o resultado esperado devido a simulação do dano não corresponde ao mínimo do funcional. Em relação, aos funcionais encontrados pelo Método de Otimização ter a capacidade de compensar/ distribuir a diferença entre os demais β em outras posições (falsos danos). Infere-se dos resultados obtidos como o ruído é capaz de provocar alterações na identificação de danos, podendo considerar a localização do dano em posições vizinhas um resultado positivo.

Na placa de Kirchhoff a metodologia foi capaz de localizar e quantificar os danos estruturais de diferentes intensidades (leve, moderado, severo) em todas as posições da placa na ausência de ruído de medição. Assim como, observado por Corrêa (2013), os danos localizados próximos ao engaste foram mais fáceis de serem identificados, nessas posições a RNA foi capaz de localizar danos com acréscimo 3% de ruídos de medição nas formas modais.

A pesquisa utiliza ruídos de medição nas formas modais com o objetivo de simular de forma mais realística o problema em análise. Porém, atualmente, alguns estudos já utilizam técnicas de filtragem de ruídos. Um filtro bastante difundido na literatura é o Filtro de Kalman, Macário (2006), Vieira (2011), Lopes (2007), Lopes (2010), Silva (2008), Santana (2011) utilizam essa metodologia em suas pesquisas. A finalidade do filtro de Kalman, segundo Macário (2006), é estimar o estado de um sistema que contém erros aleatórios, ainda afirma que a estimativa é eficiente e capaz de fornecer estimativas ótimas para os estados de sistemas dinâmicos por meio de medições corrompidas por ruídos. Uma alternativa de filtro para sistema não lineares está presente em Nepomuceno (2017), que é o Filtro de Kalman Estendido.

Com isso, acredita-se que a utilização do Filtro de Kalman no problema proposto pode filtrar o ruído acrescentado, validando assim, os excelentes resultados encontrados pela RNA na ausência de dados ruidosos. O modelo de identificação de danos utilizado nesse trabalho é baseado na Matriz de Flexibilidade Estrutural onde o campo de danos é descrito pelo Método de Elementos Finitos, na viga de Euler-Bernoulli e na placa de Kirchhoff, utilizando um parâmetro de coesão β para descrever o dano. Uma sugestão para futuros trabalhos, é a expansão desta metodologia para 3 dimensões, com a utilização de Métodos de Elementos de Contorno.

Referências

- [1] ALLEMANG, R.J.; BROWN, D.L. A correlation coefficient for modal vector analysis Proc. 1st Int. Modal Analysis Conference, Vol 1, pp.110-116, 1982.
- [2] AGUIAR, F.G. Utilização de Redes Neurais Artificiais para detecção de padrões de vazamento de dutos. *Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica*. Universidade de São Paulo - São Carlos, 2010.
- [3] AZEVEDO, A.F.M. Método dos Elementos Finitos Faculdade de engenharia da universidade do porto. 1^a ed., Portugal, 2003.
- [4] CARDOSO, C.G. Identificação de danos em estruturas de viga por meio das suas propriedades dinâmicas. Dissertação de mestrado em estrutura e construção civil.. Universidade de Brasília - Brasília, 2005.
- [5] CORRÉA, R.A.P. Identificação de danos em estruturas bi-dimensionais via matriz de flexibilidade baseada em um modelo de dano contínuo. *Tese de Doutorado em Modelagem Computacional*. Universidade do Estado do Rio de Janeiro - Nova Friburgo, 2013.
- [6] CORRÊA, R.A.P.; STUTZ, L.T.; TENENBAUM, R.A. Identificação de danos estruturais em placas baseado em um modelo de dano contínuo *Revista Internacional* de Método Numéricos para Cálculo y Diseño in Ingenería. Vol 32, pp. 58-64, 2006.
- [7] CARRILLO, O.J.B.; LAIER, J.E. Detecção de dano a partir da resposta dinâmica da estrutura: estudo analítico com aplicação a estruturas do tipo viga. *Caderno de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, Vol 8, n. 35, pp. 29–45, 2006.
- [8] DINIZ-EHRHARDT, M.A.; LOPES, V. L. R.; PEDROSO, L.G. Métodos sem derivadas para minimização irrestrita. Notas em Matemática Aplicada, Vol 49, n. 3, 2010.
- JASHI, B.; REN, W. Damage detection by finite element model updating using model flexibility residual. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 290, pp. 369-387, 2006.
- [10] KENNEDY, J.; EBERHART, R.C. Particle swarm optimization. Proceedings of the International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ, Vol 4, pp. 1942 -1948, 1995.
- [11] LIMA, G.V.F. Análise dinâmica via método dos elementos finitos do estádio Nacional de Brasília. Dissertação de mestrado em Estruturas e Construção Civil. Universidade de São Paulo - São Carlos, 2010.

- [12] LOPES, P.S. Detecção de danos em estruturas por meio de técnicas de redes neurais artificiais e algoritmos genéticos. *Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica*. Universidade Federal de Itajubá - Itajubá, 2007.
- [13] LOPES, P.S. Modelagem de problema inverso de detecção de danos por tecnicas de identificação de parâmetros e de otimização. *Tese de doutorado em Engenharia Mecânica*. Universidade Federal de Itajubá - Itajubá, 2010.
- [14] MOREIRA, D.F. Análise Matricial das Estruturas Editora: LTC/EDUSP. Rio de Janeiro, 1977.
- [15] LIANG, Y.C.; HWU, C. On-line identification of holes/crocks in composite structurs. Intitute of physic publishinf, Smart Materials and Structures, Vol 10, pp. 599-609.
- [16] LU, Q.; REN, G.; ZAO, Y. Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structures. *Journal of Sound and vibration*, Vol 253, n. 5, pp. 1101–1114, 2002.
- [17] MACÁRIO, C.C.L. Utilização de filtros adaptativos para detecção de falhas em mancais de rolamento Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Uberlândia - Uberlândia, 2006.
- [18] MARION, J.B.; THORNTON, S.T. Dinâmica clássica de partículas e sistemas. Editora Cengage Learning, 1^a ed., 2011.
- [19] MC CULLOCH, W.S.; PETTS, W. A logical calcules of the ideas imnanent in nervous activity. Bulletin of Mathematical Biophysics, Vol 5, n. 5, pp. 115-133, 1943.
- [20] NEPOMUCENO, T.R.N. Aplicação do filtro de Kalman estendido e Filtro de Kalman unscented na assimilação de dados de FMRI. *Dissertação de mestrado em Estatística*. Universidade Federal do Pará - Belém, 2017
- [21] PANDEY, A.; BISWAS, M.; SAMMAN, M.M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and Vibration*, Vol 145, 2 pp. 321–332, 1991.
- [22] PANDEY, A.; BISWAS, M. Damage detection in structures using changes in flexbility. Journal of sound and Vibration, Vol 169, pp. 3–17, 1994.
- [23] PEREIRA, J.L. Identificação de danos estruturais baseada em um modelo de dano contínuo via Redes Neurais Artificiais. *Dissertação de mestrado em Modelagem Computacional*. Universidade Federal Fluminense - Volta Redonda, 2018.
- [24] PEDROSO, L. Método de Busca Direta, 2010. Disponível em: https://eventos.ufpr.br/smne/SMNE2017/paper/viewFile/675/233. Acesso: outubro de 2019.
- [25] RAO,H.S.; GHORPADE,V.G. A genetic algorithm based back propagation network for simulation of stress-strain repponse of ceramic matrix composites. *Computers* and Structures, Vol 84, pp. 330-339, 2006.
- [26] RYTTER, A. Vibration based inspection of civil engineering structures. *PhD. Thesis*, Aalborg University, Aalborg, Denmark, 1993.

- [27] SANTANA, D.D.S. Navegação terrestre usando unidade de medição inercial de baixo desempenho e fusão sensorial com filtro de Kalman adaptativo suavizado *Tese de doutorado em Engenharia*. Universidade de São Paulo - São Paulo, 2011.
- [28] SILVA, A. A. M., SOUZA, J.S. Um estudo do método Enxame de Partículas para se determinar mínimos globais de funções não lineares. Anais do XXI ENMC e IXECTM, 2018.
- [29] SILVA, I. N. D., SPATTI, H., FLAUZINO, R. Redes neurais artificiais, curso prático para engenharia e ciências aplicadas. Artliber Editora, 2010.
- [30] SILVA, D.R.C. Sistema de detecção e isolamento de falhas em sistemas e isolamento de falhas em sistemas dinâmicos baseado na identificação paramétrica. *Tese de doutorado em Ciências*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte- Natal, 2008.
- [31] SOHN, H.; LAW, K. B. A bayesian probabilistic approach for structure damage detection *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 26, pp.1259–1281, 1997.
- [32] SOUZA, J.S. Análise global da estabilidade termodinâmica de misturas: um estudo com ométodo do conjunto gerador. *Tese de Doutorado em Modelagem Computacional.* Universidade do Estado do Rio de Janeiro - Nova Friburgo, 2010.
- [33] STEWART, J. Cálculo com Geometria Analítica . Pioneira Thomson Learning, 4^a ed., 2004.
- [34] STUTZ, L.T., CASTELLO, D.A., ROCHINHA, F.A. A flexibility-based continuum damage identification approach. Journal of Sound and Vibration, Vol 279, pp.641-667, 2005.
- [35] TOMASZEWSKA, A. Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature. *Computers and Structures*. Vol 88, pp.154-164, 2010.
- [36] VIEIRA, B.A.D.B. Aplicação de filtro de Kalman para um problema de localização e detecção de dano em problema 2D. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Itajubá - Itajubá, 2011.