

Universidade Federal Fluminense

Matheus Abrahão

Estudo de um pêndulo paramétrico com mola
torcional de liga com memória de forma para
colheita de energia

VOLTA REDONDA

2023

Matheus Abrahão

Estudo de um pêndulo paramétrico com mola torcional de liga com memória de forma para colheita de energia

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Modelagem Computacional.

Orientador:

Wesley Luiz da Silva Assis

Coorientador:

Alberto Paiva

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

VOLTA REDONDA

2023

Ficha catalográfica automática - SDC/BEM
Gerada com informações fornecidas pelo autor

A159e Abrahão, Matheus
Estudo de pêndulo paramétrico com mola torcional de liga
com memória de forma para colheita de energia / Matheus
Abrahão. - 2023.
66 f.: il.

Orientador: Wesley Luiz da Silva Assis.
Coorientador: Alberto Paiva.
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense,
Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta
Redonda, Volta Redonda, 2023.

1. Pêndulo paramétrico. 2. Dinâmica não-linear. 3.
Colheita de energia. 4. Produção intelectual. I. Assis,
Wesley Luiz da Silva, orientador. II. Paiva, Alberto,
coorientador. III. Universidade Federal Fluminense. Escola de
Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda. IV.
Título.

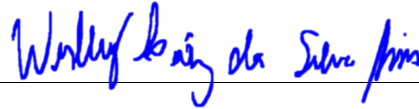
CDD - XXX

Estudo de um pêndulo paramétrico com mola torcional de liga com
memória de forma para colheita de energia

Matheus Abrahão

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada por:



Prof. Wesley Luiz da Silva Assis, D.Sc. / MCCT-UFF

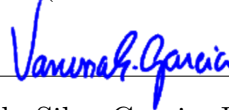
(Orientador)



Digitally signed by Alberto
Paiva
Date: 2024.01.15 20:12:59 -
03'00'

Prof. Alberto Paiva, D.Sc.

(Co-orientador)



Prof. Vanessa da Silva Garcia, D.Sc. / MCCT-UFF



Prof. Amaury Alvarez Cruz, D.Sc. / UFRJ

Volta Redonda, 23 de Novembro de 2023.

Resumo

Este trabalho se propõe a realizar um estudo aprofundado da dinâmica de um pêndulo excitado parametricamente. O modelo é ligado a uma mola torcional feita de liga com memória de forma (LMF) no seu ponto de pivotamento, visando a sua aplicação em um sistema de colheita de energia de ondas do mar. A eficiência do sistema é comparada a um conjunto similar, onde somente a mola torcional de LMF será alterada por uma mola elástica de material convencional. A solução das equações diferenciais de governo do sistema é obtida pelo método de Runge-Kutta de Quarta Ordem. Os resultados apresentados consideram o comportamento do sistema para casos conservativos e dissipativos, bem como para os casos de excitação paramétrica. Uma análise do comportamento não-linear é conduzida a partir de simulações numéricas e utilizando as ferramentas de análise dinâmica, explorando a riqueza dinâmica do modelo. Identificam-se conjuntos de parâmetros que favorecem a colheita de energia, além de evidenciar a riqueza dinâmica disponibilizada pelas LMF, contribuindo para um melhor entendimento das possíveis aplicações deste sistema.

Abstract

This work aims to perform an in-depth study of the dynamics of a parametrically excited pendulum connected to a torsional spring made of shape memory alloy (SMA) at its pivoting point, with applicability of its use in a sea wave energy harvesting system. The efficiency of the system is compared with a similar system changing only the SMA torsional spring for an elastic conventional one. The solution of the governing differential equations of the system employs the fourth-order Runge-Kutta method. The results presented consider the behavior of the system for conservative and dissipative cases, as well as for the parametric excitation case. An analysis of the nonlinear behavior is conducted from numerical simulations and using the tools of dynamic analysis. Parameter sets that favor energy harvesting are identified, highlighting the dynamic richness provided by the SMAs, contributing to a better understanding of potential applications of this system.

Palavras-chave

1. Pêndulo paramétrico;
2. Dinâmica não-linear;
3. Colheita de energia.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Siglas

1	Introdução	12
1.1	Motivação	12
1.2	Objetivos	14
1.3	Justificativa	14
1.4	Organização do trabalho	15
2	Revisão Bibliográfica	16
2.1	Pêndulo paramétrico	16
2.2	Colheita de energia	17
2.3	Ligas com Memória de Forma	27
2.3.1	Modelo Constitutivo de Falk	28
2.4	Dinâmica não linear	32
2.4.1	Seção de Poincaré	32
2.4.2	Diagrama de Bifurcação	33
2.4.3	Expoente de Lyapunov	34
2.4.4	Método de Wolf	35
3	Metodologia	37

3.1	Modelagem	38
3.2	Análise qualitativa para colheita de energia	43
4	Resultados	45
4.1	Comportamento natural	45
4.2	Análise com forçamento	51
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	61
5.1	Conclusões	61
5.2	Trabalhos Futuros	62
	Referências	63

Lista de Figuras

1.1	Princípio de funcionamento do pêndulo excitado parametricamente. Adaptada de Xu (2005).	13
2.1	Distribuição da energia das ondas em todo o globo, expressa por unidade de largura de onda em kW/m adaptado de CRES (2002).	19
2.2	Princípio de funcionamento da oscilação da coluna de água. Adaptada de CRES (2002).	20
2.3	Princípio de funcionamento do sistema de pêndulo. Adaptada de Rodrigues (2008).	21
2.4	Princípio de funcionamento do sistema de colheita de energia <i>Wave Dragon</i> . Adaptada de Dragon (2013).	22
2.5	Representação esquemática do Salter's Duck adaptado de Antonio (2010).	23
2.6	Princípio de funcionamento de Pelamis. Adaptada de Power (2013).	24
2.7	Princípio de funcionamento do Sistema Ondas Rolantes adaptado de AW-Energy (2013).	25
2.8	Princípio de funcionamento do Archimedes Wave Swing. Adaptada de Rodrigues (2008).	26
2.9	Ajuste do modelo de Falk ao resultado experimental obtida por Tobushi et al. (1991)	30
2.10	Curvas de energia e de tensão para o modelo de Falk	32
2.11	Procedimento de reposição para estimar os expoentes de Lyapunov adaptada de Wolf et al. (1985)	36
3.1	Modelo pêndulo paramétrico acoplado com uma mola torcional LMF.	38
3.2	Modelo de bloco flutuante com um grau de liberdade.	39
3.3	Diagrama de corpo livre.	41

3.4	Modelo de determinação do deslocamento máximo.	44
4.1	Curvas de energia potencial em função do ângulo Θ . (a) $\kappa = 10$; (b) $\kappa = 20$ e (c) $\kappa = 30$	46
4.2	Espaço de fase	48
4.3	Espaço de fase. Onde em azul têm-se órbitas em torno dos pontos tipo centro.	50
4.4	Diagrama de bifurcação de Γ . Com κ e ρ iguais 15.	52
4.5	Diagrama de bifurcação de Γ . Com κ e ρ iguais 15.	53
4.6	Resultado dinâmico para $\Gamma = 0,703$	54
4.7	Resultado dinâmico para $\Gamma = 0,488$: transiente x permanente	55
4.8	Gráfico de Θ e λ_{L1} pelo tempo	56
4.9	Diagramas de bifurcação de κ para $\rho = 15$	57
4.10	Diagramas de bifurcação de ρ para $\kappa = 15$	59

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros para o modelo de Falk	30
4.1	Parâmetros do sistema	45

Lista de Siglas

- a *Amplitude de oscilação da onda*
- A *Área da seção transversal da mola torcional*
- c *Coefficiente dissipativo da liga com memória de forma*
- c_f *Coefficiente dissipativo do fluído*
- k_f *Coefficiente restituído do fluído*
- L *Comprimento da haste do pêndulo*
- m *Massa da esfera do pêndulo*
- m_b *Massa do bloco*
- m_f *Massa do fluído deslocado*
- y *Deslocamento na direção vertical*
- t *tempo*
- τ *tempo adimensionalizado*
- T *Temperatura*
- Γ *Temperatura adimensionalizada*
- T_M *Temperatura máxima para fase martensítica estável*
- T_A *Temperatura mínima para fase austenítica estável*
- T_{LMF} *Torque da mola torcionall*

Ψ	<i>Potencial energia livre de Helmholtz</i>
ε	<i>Deformação linear</i>
η	<i>Oscilação da onda</i>
Ω	<i>Frequência de oscilação da onda</i>
ω	<i>Frequência natural</i>
ϖ	<i>Frequência natural adimensionalizada</i>
α	<i>Parâmetro associado ao módulo elástico</i>
χ	<i>Parâmetro associado ao módulo elástico adimensionalizada</i>
β	<i>Parâmetro associado a histerese</i>
ψ	<i>Parâmetro associado a histerese adimensionalizada</i>
γ	<i>Parâmetro associado a histerese</i>
δ	<i>Parâmetro associado a histerese adimensionalizada</i>
Θ	<i>Variável associado ao deslocamento angular adimensionalizada</i>
Θ'	<i>Variável associado ao velocidade angular adimensionalizada</i>
M_z^0	<i>Momento no plano zz em relação a 0</i>
I_z^0	<i>Momento de inércia no eixo z em relação ao ponto 0</i>
λ	<i>Parâmetro associado a dissipação adimensionalizada</i>
λ_L	<i>Expoente de Lyapunov</i>
δx	<i>Pertubação de x</i>
ρ_0	<i>Massa específica</i>
ρ	<i>Parâmetro associado a excitação paramétrica</i>
ϵ_{01}	<i>Parâmetro associado a fase de oscilação do modelo</i>
ϵ_{02}	<i>Parâmetro associado a fase de oscilação do modelo</i>
$\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$	<i>Média da amplitude máxima por período de forçamento</i>
n_p	<i>Número de períodos</i>
n_d	<i>Número de períodos descartados</i>

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Nos últimos anos, registrou-se um grande aumento na população mundial, acarretando um crescente consumo energético. Estima-se que tal consumo irá aumentar, aproximadamente, 50% até 2023 (HOCHBAUM; YANG, 2010). Dentre os principais combustíveis fósseis queimados, estão o petróleo, gás natural e o carvão, utilizados na produção de eletricidade, no uso industrial e no transporte.

A preocupação com o planeta, envolvendo as questões ambientais, como a preservação do meio ambiente, vêm sendo cada vez mais discutidas a nível mundial, gerando acordos e protocolos com o intuito de controlar os índices dos principais agentes poluidores. Assim, a utilização de energia limpa, não poluente, está entre os aspectos mais importantes para o desenvolvimento sustentável. Atualmente, existem fontes de energias renováveis e ecologicamente corretas, entre elas tem-se a energia gerada pelas ondas dos oceanos (XU, 2005). Uma forma de extrair a energia das ondas foi proposta por Wiercigroch (2010), que consiste na conversão direta do deslocamento vertical proveniente das ondas em deslocamento através de um pêndulo excitado parametricamente, conforme ilustrado na Fig. 1.1.

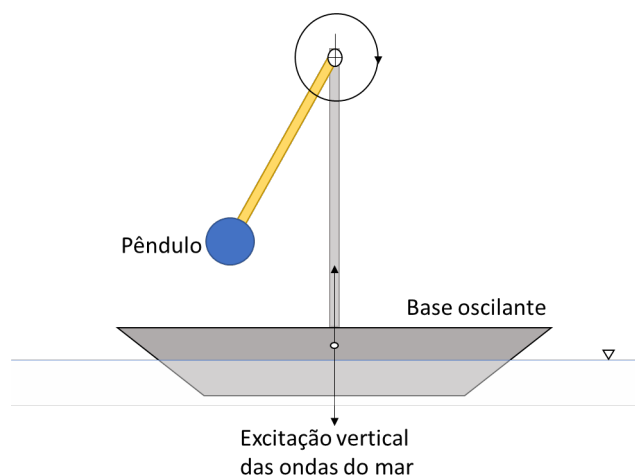


Figura 1.1: Princípio de funcionamento do pêndulo excitado parametricamente. Adaptada de Xu (2005).

A aplicação do pêndulo em sistemas mecânicos teve seu início em 1657, na utilização em relógios e se perpetuou até o surgimento dos relógios de quartzo no século XX. Sua história na pesquisa teve início com as observações feitas por Galileu dos candelabros balançando na catedral de Pisa. Utilizando a sua própria frequência cardíaca, Galileu presumiu quantitativamente através da sua observação que, para um determinado pêndulo, o período de tempo de uma oscilação era independente da amplitude do deslocamento do pêndulo. Como muitas outras observações na ciência, esta era apenas uma aproximação da realidade. No entanto, tinha os principais ingredientes do empreendimento científico; observação, análise e conclusão. Galileu foi um dos primeiros cientistas modernos, e o pêndulo estava entre os primeiros objetos de sua investigação científica (BAKER; BLACKBURN, 2008).

Apesar de ser de fácil construção, o pêndulo simples é um sistema não-linear com dinâmica rica, capaz de apresentar diferentes tipos de comportamentos, variando de regulares a caóticos. Este sistema pode manifestar comportamentos oscilatórios, realizar voltas completas e ainda combinar uma variedade de movimentos entre esses dois comportamentos anteriores. Deste modo, o interesse no pêndulo vem de seu valor como um exemplo notável, tanto para investigar novos fenômenos quanto a sua ampla gama de aplicabilidades (STROGATZ, 1994; LITAK et al., 2020; LITAK; BOROWIEC; DABEK, 2022).

A utilização de materiais inteligentes em sistemas mecânicos constitui uma alternativa, devida a seu comportamento não-linear e histerético. O interesse nesses materiais vêm crescendo nas últimas décadas devido às suas propriedades notáveis (ROUBÍČEK, 2007;

PAIVA; SAVI, 2006; PFEIFFER; DELAURENTIS; MAVROIDIS, 1999; OTSUKA; REN, 2005). Sendo aplicados como sensores e atuadores nas chamadas estruturas inteligentes, possuem a capacidade de alterar sua forma e rigidez, entre outras propriedades, pela imposição de campos elétricos, eletromagnéticos, de temperatura ou de tensão. As Ligas com Memória de Forma (LMF) são uma classe de materiais que atrai o interesse dos pesquisadores, no entanto, sua natureza não-linear inerente apresenta um desafio para matemáticos e engenheiros. Apesar das LMF possuírem perda de energia referente às mudanças de fase provenientes das deformações submetidas, elas possuem uma tensão limite, antes que ocorra a transformação de fase, em torno de 800 MPa. Por outro lado, os materiais convencionais, possuem um limite de escoamento entre 210 MPa. Portanto as LMF têm um maior potencial para absorver energia de deformação.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem por finalidade a análise da dinâmica não-linear de um sistema com pêndulo simples conectado a uma mola torcional de memória de forma no ponto de pivotamento, submetido a uma excitação paramétrica. Dessa forma, o sistema proposto terá duas fontes de não-linearidade: a primeira relacionada à geometria e a segunda ao modelo constitutivo da liga com memória de forma.

Para descrever o comportamento termomecânico da mola de LMF, utiliza-se o modelo polinomial apresentado em Falk (1980), que é função das variáveis de estado, temperatura e deformação.

Para a obtenção da solução numérica das equações diferenciais ordinárias, é utilizado o método de Runge-Kutta de quarta ordem, implementado em linguagem C++. São estudadas as influências dos parâmetros do sistema, a fim de encontrar faixas de valores que favoreçam a colheita de energia, além de explorar a riqueza dinâmica do sistema.

1.3 Justificativa

A pesquisa proposta desempenha um papel de contribuição na busca por fontes de energia limpa e sustentável, explorando o potencial das ondas oceânicas, materiais inteligentes e dinâmica não linear. Embora já tenham sido apresentadas abordagens para a colheita de energia utilizando pêndulos simples, a inclusão da tecnologia de materiais inteligentes, como as LMF, no sistema abre portas para uma ampla gama de comporta-

mentos dinâmicos exclusivos. Essa diversidade deve-se à notável capacidade de recuperar deformações das LMF e às suas características influenciadas pela temperatura. Além disso, a LMF pode atuar como atuador e como sensor proporcionando oportunidades de controle, tornando-a ainda mais promissora para aplicações práticas.

1.4 Organização do trabalho

O primeiro capítulo contempla uma breve contextualização da importância das fontes de energias renováveis, a riqueza da dinâmica do pêndulo, bem como suas aplicabilidades na colheita de energia, e as ligas com memória de forma.

No segundo capítulo, por meio da revisão bibliográfica, apresenta-se uma visão ampla dos temas abordados nessa dissertação, além de abordar outros trabalhos encontrados que sustentam o tema proposto.

O terceiro capítulo tem por finalidade explicar a metodologia aplicada, além de formular e apresentar as equações necessárias para o estudo proposto.

No quarto capítulo, exploram-se as análises das respostas dinâmicas obtidas através de simulações computacionais, apresentadas graficamente.

Finalmente, no quinto capítulo, as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O sistema do pêndulo paramétrico vem despertando grande interesse ao longo dos últimos anos devido ao seu rico comportamento dinâmico. Esse sistema apresenta inúmeras aplicações na engenharia. Neste capítulo, primeiramente é abordada uma visão geral da literatura sobre pêndulo paramétrico, incluindo análises analíticas e numéricas, bem como experimentais. Na segunda seção, são apresentados estudos envolvendo a extração de energia das vibrações, a partir das fontes encontradas na natureza, incluindo a energia das ondas. Por fim, discute-se de uma forma geral o comportamento das LMF e os modelos constitutivos que descrevem o seu comportamento.

2.1 Pêndulo paramétrico

Os princípios envolvendo a excitação paramétrica podem ser encontrados nos trabalhos de Nayfeh e Mook (2008) e de Butikov (2004). Neste modelo, quando a frequência do parâmetro oscilante for duas vezes a frequência natural do sistema, ocorre a ressonância paramétrica principal caracterizada pelo aumento progressivo da amplitude. Entretanto, o fenômeno de ressonância paramétrica ocorre para outras frequências, e elas são determinadas pelo valor da frequência de ressonância principal dividido por um número inteiro positivo (NEIMARK, 2012).

Com relação ao pêndulo simples, as oscilações paramétricas podem ser observadas quando o comprimento do pêndulo varia no tempo ou através da movimentação do ponto de suspensão (RULLI; RINO, 2007). A derivação da equação de movimento e a sua solução aproximada são apresentadas em muitos livros sobre dinâmica não-linear (THOMPSON, 2002; THOMSEN, 2003). Diversos autores estudaram problemas de excitação paramétrica vertical no suporte, dentre eles: David e Sinha (2000), Bishop e Xu (1996), Bishop

e Clifford (1996). Um pêndulo com excitação horizontal no suporte está presente no trabalho reportado por Ge e Lin (2000). Os modelos com excitação em ambas as direções (horizontal e vertical) foi descrito por Flashner e Golat (2001). Leung e Kuang (2006) analisaram a dinâmica de um pêndulo esférico fracamente amortecido, onde estão presentes tanto a excitação vertical quanto a horizontal. Resultados caóticos foram obtidos através de diversos métodos matemáticos de aproximação e depois verificados através do método Runge-Kutta de 4^a ordem.

O ponto crucial para compreensão do movimento do pêndulo paramétrico envolve distinguir as suas possíveis respostas. Estas incluem oscilações, rotações e o caos. As diferentes variações de movimento de rotação foram classificadas por Garira e Bishop (2003). Os autores as distinguiram em quatro categorias: rotações puras, rotações oscilantes, rotações oscilantes entre poços (um, dois ou três poços) e rotações de grande amplitude. Todas elas podem ser observadas como uma solução estável em regime estacionário para o problema do pêndulo paramétrico. As rotações oscilantes foram investigadas por Szemplińska-Stupnicka e Tyrkiel (2002). A classificação das órbitas de rotação pura, utilizada por Clifford e Bishop (1995), tem por base dois valores característicos que descrevem a órbita (n,r) , onde r é o número de revoluções completas em n períodos de forçamento.

2.2 Colheita de energia

As vibrações disponíveis no ambiente são fontes de energia abundantes. As principais fontes dessa energia podem ser obtidas através das vibrações das máquinas, do movimento humano e da natureza em geral, como por exemplo, das águas oceânicas. Nos últimos anos, muitos estudos investigaram a colheita de energia vibratória utilizando materiais piezoelétrico. Isto é possível devido às propriedades especiais desses materiais, uma vez que a deformação sofrida é proporcional a uma diferença de potencial elétrico (tensão) induzida no material. Este tipo de sistema foi estudado por Roundy et al. (2003), onde a principal aplicação da potência extraída incluía sensores sem fios. Devido ao nível muito baixo de vibrações ambientais neste estudo, a quantidade de energia que pode ser colhida é muito baixa para ser armazenada, no entanto, pode ser utilizada para alimentar sistemas microeletromecânicos (MEMS). Galchev et al. (2011) investigaram a colheita de energia a partir de vibrações de baixa frequência e não periódicas. Os autores propuseram um gerador do tipo *Parametric-Frequency-Increased*, onde o sistema de massa mola com amortecimento foi substituído por três massas acopladas magneticamente para iniciar

oscilações de alta frequência devidas à sua oscilação. Green et al. (2012) estudaram a resposta de um sistema de colheita de energia proveniente de excitações aleatórias. Assim como as vibrações das máquinas, o movimento humano pode ser utilizado para gerar energia. Dentre as aplicações que vem sendo comercializadas, destacam-se os relógios de pulso alimentados através da energia cinética proveniente dos movimentos naturais do braço humano (SEIKO, 2013). Neste sentido, várias soluções estão sendo investigadas. Kymissis et al. (1998) consideraram a extração de energia do caminhar por um gerador inserido em sapatos, contudo a questão de fazer uso de tal energia não foi abordada. Outra área potencial para a colheita de energia piezoelétrica inclui implantes com sensores autoalimentados para monitorar o funcionamento do implante e detectar anomalias e desgaste. Platt, Farritor e Haider (2005) investigaram a geração de energia nas próteses provenientes da artroplastia total de joelho.

As ondas do mar são formadas através dos ventos e das marés. A energia fornecida pelo vento é ao mesmo tempo transformada em energia cinética e potencial das ondas. O potencial mundial de energia das ondas é estimado em 2,5 - 3 TW (CRES, 2002). Estima-se uma energia total de 290 GW provenientes das ondas no Atlântico Nordeste (juntamente com o Mar do Norte). Enquanto, o potencial energético do Mar Mediterrâneo é de 30 GW. O potencial energético das ondas do mar difere de acordo com a localização geográfica. A implementação de tecnologias de extração de energia é deliberada apenas nas regiões onde é possível obter energia suficiente para tornar o custo do investimento rentável. A Fig. 2.1 mostra a distribuição global da energia das ondas. As zonas vermelhas são de particular interesse, uma vez que representam os locais com maior potencial energético, onde alguns dos dispositivos de captação de energia das ondas já foram implantados e onde novos dispositivos podem ser testados. As tecnologias utilizadas para colheita da energia das ondas oceânicas podem ser categorizadas com base na localização da instalação, incluindo sistemas costeiros, *near-shore* e *off-shore*.

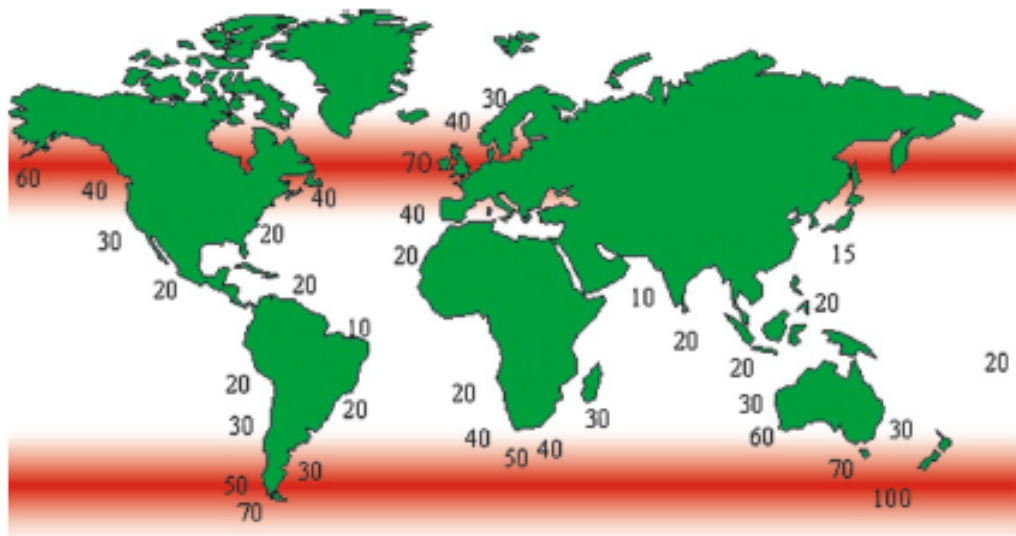


Figura 2.1: Distribuição da energia das ondas em todo o globo, expressa por unidade de largura de onda em kW/m adaptado de CRES (2002).

A colheita de energia por coluna de água oscilante, é um tipo de tecnologia de instalação costeira. O mecanismo consiste numa câmara, mergulhada na água do mar e fixada na costa, como mostra a Fig. 2.2. A coluna de água oscilante (CAO) gera energia em duas etapas. Em primeiro lugar, o movimento da onda faz subir o nível da água dentro da câmara comprimindo o ar no seu interior. O ar é empurrado para cima em direção à turbina e ao passar pela turbina, aciona o gerador. Em segundo lugar, a onda regressa em direção ao mar provocando a queda da pressão na câmara. Consequentemente, o ar passa através da turbina de volta para a câmara. Este tipo especial de turbina, que recebe o nome do seu inventor Alan Wells, continua a rodar na mesma direção, independentemente da direção do fluxo de ar. Um protótipo desta tecnologia foi instalado em Portugal e atingiu a eficiência total de 35%, o que corresponde à capacidade de 400 kW (RODRIGUES, 2008).

No ano 2000, a tecnologia CAO foi implementada na costa ocidental da Escócia e na Ilha de Islay, onde é utilizada para alimentar o ônibus elétrico, que é o primeiro ônibus do mundo a utilizar a energia das ondas em vez do combustível tradicional. O sistema foi concebido para fornecer a potência máxima de 500 kW e consiste em um par de turbinas contra-rotativas, ligadas a dois geradores, ambos fornecendo 250 kW, respectivamente.

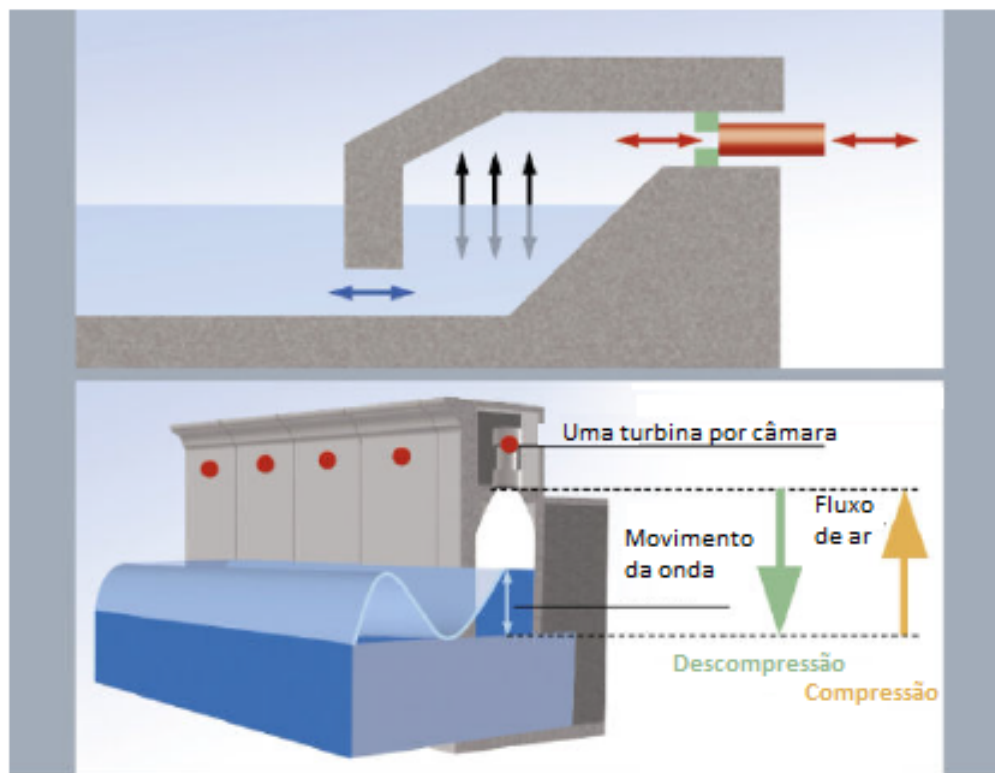


Figura 2.2: Princípio de funcionamento da oscilação da coluna de água. Adaptada de CRES (2002).

Outro tipo de tecnologia que se destaca em instalações costeiras é o sistema de pêndulo, que consiste em uma câmara, que é fechada por uma comporta pendular do lado do mar, permitindo a entrada e saída da água, como mostra a Fig. 2.3. A placa é articulada sobre a abertura para que possa oscilar sob o movimento das ondas, deixando a água do mar entrar e sair. Este movimento oscilatório aciona uma bomba hidráulica, que consequentemente aciona um gerador elétrico. O protótipo, capaz de fornecer 15 kW de potência, foi testado no Japão (CLÉMENT et al., 2002).

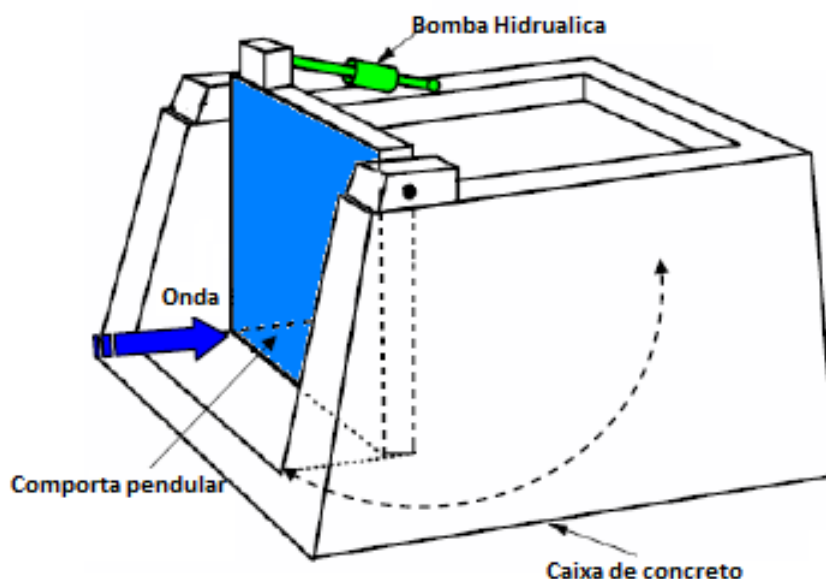


Figura 2.3: Princípio de funcionamento do sistema de pêndulo. Adaptada de Rodrigues (2008).

Já sobre a tecnologia de colheita em instalações *near-shore* se destaca o sistema *wave dragon*, que é uma estrutura que se sobrepõe, flutuando no mar (DRAGON, 2013). O esquema simplificado do princípio de construção e funcionamento pode ser visto na Fig 2.4. A ideia principal por trás deste sistema é a criação do reservatório de água com a superfície acima do nível do mar, o que dá a possibilidade de utilizar a energia potencial da água capturada. O efeito de sobreposição é alcançado através do projeto especial das rampas que delimitam o reservatório, de modo a otimizar a captação de água. A rampa do *wave dragon* é muito curta e íngreme a fim de minimizar a perda de energia. O processo de extração de energia ocorre através de turbinas hidrelétricas que acionam o gerador de energia elétrica. Elas são colocadas no fundo do reservatório e fazem uso das forças da gravidade atuando sobre a água temporariamente armazenada e passando-a de volta para o mar. Todo o conceito e a estrutura são muito simples, envolvendo apenas turbinas como partes móveis, o que torna o objeto inteiro bastante estacionário e robusto ao mesmo tempo. Isso é crucial devido às condições de trabalho, submetidas a forças extremas. Instalações de *wave dragon* consistem em unidades de trabalho que podem operar individualmente ou em *arrays*, criando um parque de geração de energia. De tal modo, que um parque de 200 unidades é capaz de produzir energia comparável a uma usina tradicional de combustíveis fósseis (RODRIGUES, 2008).

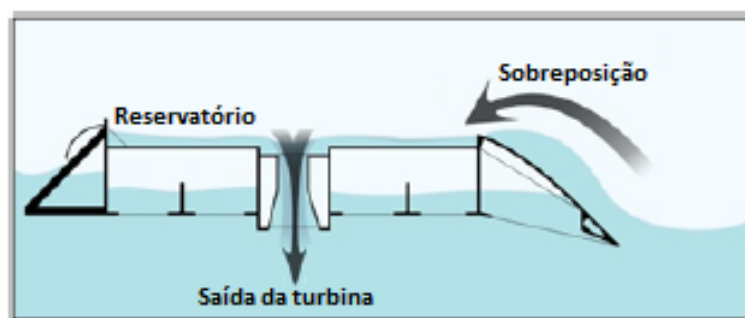


Figura 2.4: Princípio de funcionamento do sistema de colheita de energia *Wave Dragon*. Adaptada de Dragon (2013).

Com relação às instalações off-shore, existem 4 tecnologias que se destacam. A primeira delas é o *Salter's Duck* que, ao contrário dos sistemas fixos, como o *wave dragon*, utilizando a turbina fixa para gerar energia, o *Salter's Duck* utiliza o movimento oscilatório harmonioso da estrutura para extrair energia. A seção transversal do came girando em torno de seu ponto pivotamento com um movimento de aceno é mostrada na Fig. 2.5. Esta oscilação, induzida por uma onda de passagem, bombeia um fluido para acionar um motor hidráulico que, por sua vez, aciona um gerador elétrico. O *Salter's Duck* representa um conceito muito eficiente, pois faz uso tanto da energia potencial quanto da energia cinética da água. O grau de absorção da energia teórica da onda pode atingir até 90%. No entanto, na prática, esta tecnologia nunca foi implementada com sucesso. A conversão da energia do objeto flutuante em energia elétrica é ineficiente devido às oscilações lentas. A maioria dos protótipos apresentou resultados que estavam longe dos valores teóricos; especialmente a relação entre a massa da instalação e a potência extraída foi insatisfatória (WEEDY, 1998). Entretanto, o *Salter's Duck* era uma tecnologia importante, pois foi um dos primeiros métodos de extração da energia das ondas do mar, inventado nos anos 70. Diante disso, durante os anos 80, seu desenvolvimento cessou e só nos últimos anos é que os cálculos teóricos se repetiram e erros anteriores foram identificados.



Figura 2.5: Representação esquemática do Salter's Duck adaptado de Antonio (2010).

Pelamis é outro tipo de sistema de geração de energia flutuante. A estrutura consiste de cilindros (flutuadores) com 3,5 m de diâmetro e 30 m de comprimento, unidos por módulos de potência (3,5 m de diâmetro e 3 m de comprimento). Toda a instalação é bastante longa em torno de 150 m e tem a forma de uma cobra. O eixo da serpente é orientado na direção da onda principal. Ela é mantida em seu lugar com um sistema de ancoragem composto de vários pesos e flutuadores. Devido ao movimento do mar, a estrutura constituída por cilindros articulados ondula para cima, para baixo e para os lados. A representação esquemática do princípio de funcionamento pode ser vista na Fig. 2.6. Ela mostra o movimento dos segmentos na direção horizontal e vertical. Como as dobradiças entre os cilindros permitem flexão, eles bombeiam óleo de alta pressão para acionar os motores hidráulicos, que por sua vez acionam os geradores elétricos. Estes são colocados nos módulos de energia flutuante. Um módulo fornece 250 kW. Uma estrutura típica que consiste de 4 segmentos de cilindros e 3 unidades de geração de energia com potência de 750 kW. A tecnologia Pelamis está operando desde 1998, com sucesso, em Edinburgo. O Parque das Ondas Agucadora foi o primeiro parque de ondas comercial no mundo. Outros dispositivos foram instalados nas Orkneys e no norte de Cornualha. Pelamis representa uma tecnologia promissora, em comparação com os outros métodos alternativos. Estima-se que uma unidade de 750 kW é capaz de produzir anualmente $2,2 * 10^6$ kWh, quando colocado na região das ondas de 55 kW m^{-1} Rodrigues (2008). Além disso, é considerado fácil de instalar e seguro para o meio ambiente (POWER, 2013).

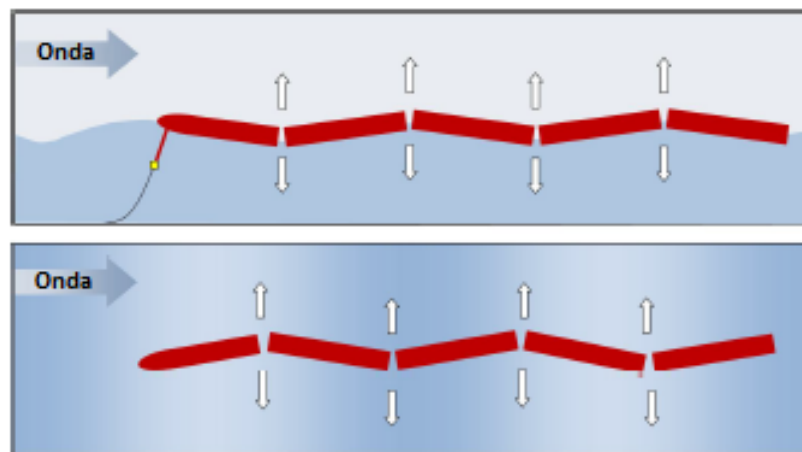


Figura 2.6: Princípio de funcionamento de Pelamis. Adaptada de Power (2013).

Ao contrário de outras tecnologias discutidas, ondas rolantes é um sistema subaquático típico. Ele consiste em uma placa ancorada ao fundo do mar por suas partes armadas. A estrutura de ancoragem é rígida, mas permite o movimento da placa em relação ao eixo de pivotamento, como mostrado na Fig. 2.7. O movimento de ida e volta da placa, induzido pelo movimento das ondas do fundo do mar, é coletado por uma bomba de pistão. O óleo comprimido alimenta um motor hidráulico, que depois aciona um gerador elétrico. Os módulos que operam com base neste princípio são combinados para criar um parque de geração de energia. Tal conceito modular aumenta a confiabilidade da planta, já que a queda de um módulo não interrompe o fornecimento de energia. A principal vantagem desta tecnologia é que, em vez de depender das ondas de superfície, ela se sustenta nos movimentos das ondas submersas, que são muito mais contínuos e previsíveis. O fornecimento de energia sofre muito menos flutuações do que os dispositivos de ondas superficiais ou instalações de energia eólica. Além disso, o fato da estrutura estar submersa reduz impacto ambiental, diminuindo a poluição visual. A potência estimada para uma unidade dessa placa típica é de 15 kW (RODRIGUES, 2008).

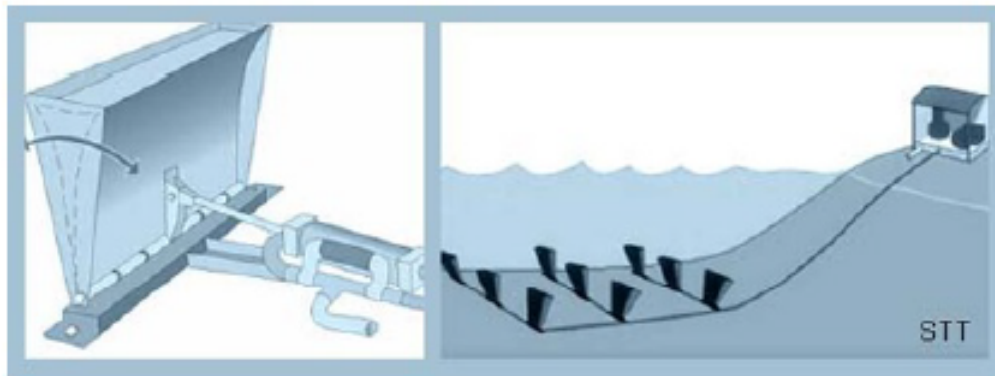


Figura 2.7: Princípio de funcionamento do Sistema Ondas Rolantes adaptado de AW-Energy (2013).

Por fim, o sistema Arquimedes de balanço de ondas, é uma estrutura oscilante que consiste em duas bóias em forma de cilindro. A inferior é amarrada no fundo do mar, no mínimo a 6 metros abaixo da superfície do mar. A superior oscila para cima e para baixo sob o movimento das ondas. Há uma bobina fixada na bóia inferior e o ímã permanente conectado à parte oscilante superior. O movimento relativo do ímã com respeito à bobina induz a força eletromotiva. A representação esquemática do princípio de funcionamento pode ser vista na Fig. 2.8. A continuidade do movimento oscilante é assegurada pelo efeito amortecedor do ar pressurizado dentro da estrutura. Como o cilindro superior é empurrado para baixo pela onda, o ar dentro do cilindro está sendo comprimido e a força contrária é induzida, fazendo com que o cilindro volte a subir. Devido à estrutura vertical, a Archimedes Wave Swing utiliza relativamente pouca área marinha proporcional à energia fornecida. Essa tecnologia possui como as principais vantagens, alta densidade de energia, baixo impacto ambiental e fácil manutenção (AWS, 2006).

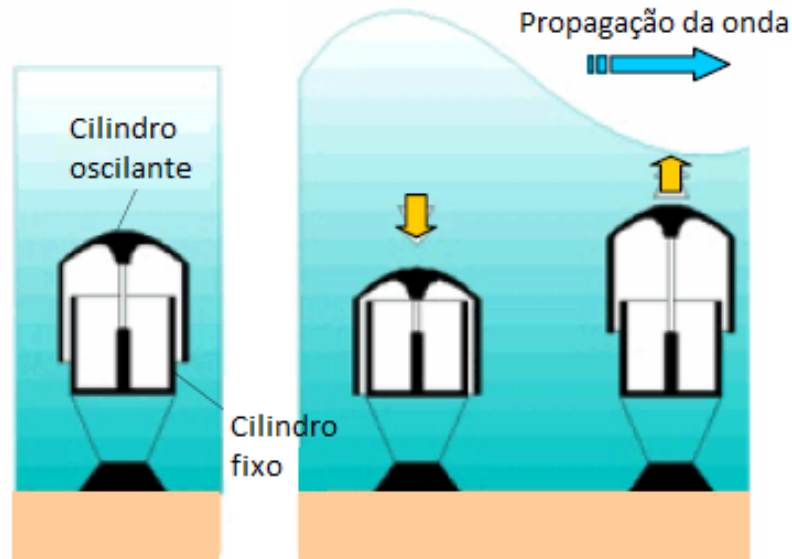


Figura 2.8: Princípio de funcionamento do Archimedes Wave Swing. Adaptada de Rodrigues (2008).

Por meio da visão geral das técnicas de colheita de energia das ondas, observa-se que muitas das soluções se baseiam nas oscilações do tipo pêndulo da estrutura, dentre elas: ondas rolantes, sistema de pêndulo e Salter's Duck. Devido à variedade das respostas que podem ser experimentadas por um pêndulo, há espaço para a discussão de abordagens potencialmente mais eficazes. A extração de energia via rotação do pêndulo paramétrico foi proposta por Wiercigroch (2010). Recentemente, estudos analíticos, numéricos e experimentais sobre a rotação do movimento do pêndulo paramétrico com vista a tal aplicação foram realizados por Xu (2005), Horton (2009), Najdecka et al. (2015), Wiercigroch et al. (2011). Um estudo teórico sobre a ótima extração de energia da rotação do pêndulo paramétrico foi conduzido por Nandakumar et al. (2012). Os autores estudaram um sistema de controle que considera um torque adicional na equação. Valores positivos do torque de controle representam a entrada de energia, enquanto valores negativos denotam a saída de energia. O estudo concentrou-se em encontrar uma periodicidade de uma órbita rotacional, para a qual o torque de controle é minimizado, ou seja, a saída de energia é maximizada. Concluiu-se que uma solução ótima ocorre quando o pêndulo passa a maior parte do tempo na posição zero ou π , com transições rápidas entre esses dois estados. Além disso, a mudança da forma de excitação afetou o movimento ideal.

He et al. (2022) abordaram o tema de redução de vibrações e colheita de energia em um sistema dinâmico de um pêndulo com mola. Esse estudo se baseou na modificação da

estrutura do pêndulo usando um sistema independente de colheita de energia eletromagnético, que depende da oscilação de um ímã em uma bobina. O objetivo do trabalho foi obter a máxima eficiência tanto na colheita de energia quanto na mitigação de vibrações do dispositivo. O estudo destacou a colheita de energia a partir de vibrações como uma fonte sustentável de energia renovável, adequada para alimentar dispositivos como sensores sem fio e sistemas microeletromecânicos (MEMS), em um contexto em que as baterias tradicionais não são práticas.

García e Salvatierra (2022) exploraram o conceito de captação de energia a partir das ondas do mar usando um pêndulo rotativo controlado. Esse sistema envolve um pêndulo com uma excitação paramétrica induzida pelas ondas do mar, o que gera energia cinética rotacional extraída por um gerador elétrico ligado ao seu eixo. O artigo propôs o desenvolvimento de um modelo de controle dinâmico baseado em variáveis de espaço de estado, cujo resultado mostrou eficácia.

Dotti e Virla (2021) utilizaram ferramentas de dinâmica não linear para quantificar a capacidade de um sistema de pêndulos de colherem energia das ondas do mar. Demonstrando que esses dispositivos podem ser dimensionados para produzir energia utilizável em uma ampla faixa, variando de 6 W a 10 kW.

2.3 Ligas com Memória de Forma

Na primeira metade do século XX, encontram-se os primeiros registros sobre os materiais com memória de forma. Contudo, as propriedades físicas e mecânicas das ligas, até então estudadas, não eram promissoras. Durante o desenvolvimento de uma liga níquel-titânio, Buehler et al. (1963) notaram que, após uma deformação do material na faixa de 5 a 10%, a deformação foi parcialmente recuperada após o aquecimento. Este fenômeno ficou conhecido como efeito de memória de forma, por conseguinte as ligas foram denominadas de ligas com memória de forma. Com o avanço dos estudos, foi observado que, ao deformar estes materiais mecanicamente a temperaturas constantes e suficientemente altas, as ligas poderiam ter sua forma recuperada intrinsecamente, após o descarregamento mecânico. Este novo fenômeno ficou conhecido como efeito pseudoelástico (BUEHLER et al., 1963; BUEHLER; WILEY, 1965).

As ligas Ni-Ti possuem duas fases distintas: uma fase estável em baixas temperaturas, conhecida como a fase martensítica, e outra estável em altas temperaturas, chamada fase austenítica. Além disso, essas ligas também apresentam variantes de martensita induzidas

por tensões mecânicas, incluindo variantes trativas e compressivas.

Em função de suas características proeminentes, as ligas Ni-Ti ocupam, atualmente, um papel predominante na maioria das aplicações envolvendo LMF. As LMF são aplicadas, recorrentemente como atuadores. Isso ocorre devido a elevada densidade de energia específica de atuação (trabalho por unidade de massa) que proporciona grandes deslocamentos ou elevadas forças restituidoras, no caso de se restringir o deslocamento (LAGOUDAS, 2008). Por outro lado, uma limitação para a aplicação destas ligas reside no tempo de atuação (em geral, por temperatura) que pode ser considerado alto, quando comparado com outros tipos de atuação – por exemplo: elétrica ou magnética. Além disso, é fundamental compreender que as ligas Ni-Ti possuem duas fases distintas em função da temperatura. A fase austenítica é estável em temperaturas elevadas, enquanto a fase martensítica se torna predominante em temperaturas mais baixas. As ligas Ni-Ti também apresentam variantes de martensita induzidas por mudanças de temperatura e tensões mecânicas, incluindo variantes trativas e compressivas. Essas variantes de martensita desempenham um papel crucial no comportamento das ligas Ni-Ti e no fenômeno de memória de forma. As propriedades não-usuais das ligas LMF vêm motivando vários campos de engenharia: naval, aeronáutica, aeroespacial, automotiva, civil, automação e controle, mecânica, petróleo e gás; e também outras áreas tais como: medicina e odontologia. Entre as principais aplicações estáticas e quasi-estáticas na engenharia, destacam-se: grampos compressivos, garras robóticas, atuadores de posição, arruelas auto-expansíveis, aerofólios, hidrofólios e perfis adaptáveis (morphing). Por outro lado, as principais aplicações dinâmicas, são: robôs submarinos e terrestres, sistemas micro e nano-eletromecânicos e mancais adaptativos para controlar vibrações em máquinas rotativas. Na área médica, estas ligas têm sido muito utilizadas na fabricação de instrumentos cirúrgicos, dispositivos cardiovasculares, ortopédicos e ortodônticos, devido à sua excelente biocompatibilidade. Existem diversos artigos científicos de revisão bem como livros que abordam aplicação das LMF em diferentes áreas (JACSON, 1972; NISHIDA et al., 1986; DUERIG et al., 1990; BIRMAN, 1997; OTSUKA; WAYMAN, 1999; PAIVA; SAVI, 2006; LAGOUDAS, 2008; SAVI, 2015) entre outras.

2.3.1 Modelo Constitutivo de Falk

A grande virtude do modelo polinomial de Falk (1980) se deve à sua simplicidade. Basicamente, assume-se um polinômio de quinto grau, onde a tensão é uma função exclusiva das variáveis de estado observáveis, que são a deformação e a temperatura. No entanto,

com relação às suas limitações, existem duas observações importantes, discutidas a seguir. O modelo não contempla variáveis internas e, portanto, não incorpora dissipação de energia ao comportamento do material. Esse inconveniente pode ser superado combinando um amortecedor em paralelo com o elemento restituidor de memória. Adicionalmente, o modelo não é capaz de capturar a fase martensítica induzida por temperatura e, desta forma, apresenta problemas de estabilidade à baixa temperatura, em especial, em baixos níveis de tensão. Desta forma, a formulação estabelece um potencial de energia livre de Helmholtz Ψ , para descrever o comportamento unidimensional dado pelo polinômio apresentado na Eq. 2.1 a seguir:

$$\rho_0 \Psi(\varepsilon, T) = \frac{\alpha(T - T_M)}{2} \varepsilon^2 - \frac{\beta}{4} \varepsilon^3 + \frac{\gamma}{6} \varepsilon^5 \quad (2.1)$$

Onde todos parâmetros são considerados constantes, com os seguintes significados físicos: α é um parâmetro associado ao módulo elástico, β e γ são parâmetros responsáveis pela histerese, enquanto T_M é a temperatura abaixo da qual a martensita é estável. Com relação às variáveis: ε representa a componente de deformação axial oriunda do tensor de deformações de Euler-Lagrange, sob a hipótese de deformações infinitesimais, reduzido a uma dimensão e T é a temperatura absoluta do material. Assumindo a temperatura T_A como aquela acima da qual a austenita seja estável, é possível escrever o parâmetro γ em função dos outros dois parâmetros α e β , conforme a seguir:

$$\gamma = \frac{\beta^2}{4\alpha(T_A - T_M)} \quad (2.2)$$

Derivando o potencial de energia livre de Helmholtz com respeito às variáveis de estado, obtêm-se as equações constitutivas. É importante evidenciar que, como a temperatura é prescrita, a força termodinâmica associada à entropia s dada por: $s = \partial\Psi/\partial T$ satisfaz automaticamente à segunda lei da termodinâmica. Desta forma, a relação tensão-deformação-temperatura fornece:

$$\sigma(\varepsilon, T) = \rho_0 \frac{\partial\Psi}{\partial\varepsilon} = \alpha(T - T_M)\varepsilon - \beta\varepsilon^3 + \gamma\varepsilon^5 \quad (2.3)$$

onde: σ representa a tensão axial oriunda do tensor de tensões de Cauchy reduzido a uma dimensão e o parâmetro γ é dado pela Eq. 2.2.

Em seguida, realiza-se um ajuste do modelo constitutivo de Falk a um resultado experimental disponível na literatura (TOBUSHI et al., 1991) para o comportamento pseudo-elástico de uma liga Ni-Ti, a fim de identificar os parâmetros que são utilizados no modelo

dinâmico (Fig.2.9). A equação constitutiva (Eq. 2.3) foi resolvida numericamente para os casos de deformação prescrita e tensão prescrita, considerando uma temperatura $T = 373$ K $> T_A$ constante. Para o caso de deformação prescrita, prescrevem-se os valores de deformação e calculam-se diretamente os valores de tensão, para cada instante de tempo. Já para o caso de tensão prescrita, utiliza-se o método numérico de Newton-Raphson para encontrar as raízes ε do polinômio, a cada instante de tempo. A temperatura é sempre prescrita para todos os casos.

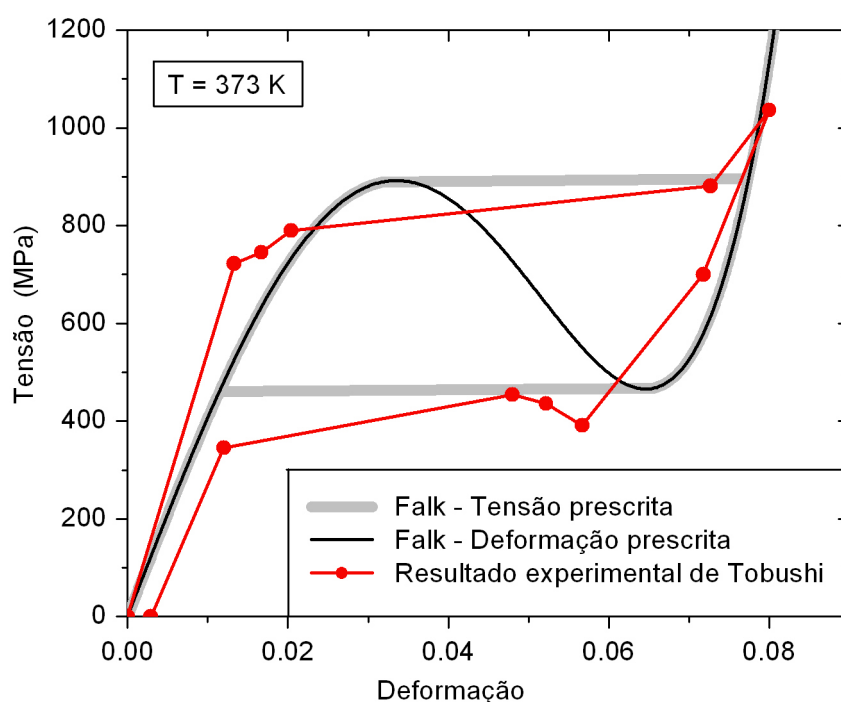


Figura 2.9: Ajuste do modelo de Falk ao resultado experimental obtida por Tobushi et al. (1991) .

A partir desse ajuste, obtêm-se os seguintes parâmetros para o modelo de Falk:

Tabela 2.1: Parâmetros para o modelo de Falk

$\alpha(P_a/K)$	$\beta(P_a)$	$T_M(K)$	$T_A(K)$
$530 \cdot 10^6$	$15,9 \cdot 10^{12}$	295	361

Tendo identificado os parâmetros, é possível fazer outros ensaios a diferentes temperaturas. Sendo assim, são realizados testes qualitativos em três temperaturas diferentes

– um para cada faixa de temperatura: $T = 292 \text{ K} < T_M$; $T_M < T = 330 \text{ K} < T_A$ e $T = 374 \text{ K} > T_A$. Estes valores foram escolhidos a fim de obter valores exatos para as temperaturas adimensionalizadas adotadas posteriormente para o modelo dinâmico. A Fig. 2.10(a) mostra as curvas de energia \times deformação (Eq. 2.1) para as três faixas de temperatura. Para a curva de alta temperatura ($T = 374 \text{ K}$), tem-se apenas um ponto de equilíbrio estável que representa a estabilidade da austenita à alta temperatura. A curva de temperatura intermediária ($T = 330 \text{ K}$), apresenta cinco pontos de equilíbrio. Nos quais, dois são estáveis e correspondem à estabilidade das fases martensíticas induzidas por tensão compressiva (poço à esquerda) e por tensão trativa (poço à direita). O ponto de equilíbrio metaestável (ao centro) está associado à estabilidade condicionada da austenita para esta faixa de temperatura. Por fim, os dois pontos de sela correspondem aos pontos de máximo da curva. Para a curva de baixa temperatura ($T = 292 \text{ K}$), identifica-se uma curva do tipo “duplo-poço” (semelhante a um oscilador de Duffing), onde há dois pontos de equilíbrio estáveis, novamente, associados às fases martensíticas induzidas por compressão e tração. O ponto de máximo indica a instabilidade da austenita a baixas temperaturas.

As Fig. 2.10(b) e 2.10(c) ilustram curvas tensão \times deformação (Eq. 2.3) para os casos de deformação prescrita e de tensão prescrita, respectivamente. No caso por tensão prescrita (Fig. 2.10(c)), devido à ausência da fase martensítica induzida por temperatura, não há fase estável para um estado livre de tensões em de baixa temperatura $T = 292 \text{ K}$. Esta instabilidade se manifesta numericamente através de “saltos” na solução. É importante destacar que, o modelo constitutivo ao ser inserido no modelo dinâmico será resolvido para o caso de deformação prescrita que não apresenta esses problemas de instabilidade. Outro ponto interessante a ser notado na Fig. 2.10(c) é que este modelo constitutivo não captura adequadamente a variação da tensão crítica para a transformação de fase com a temperatura. Existem inúmeros trabalhos na literatura que indicam uma redução das tensões críticas, de acordo com a diminuição da temperatura. Apesar das limitações esperadas para este modelo, sua escolha foi baseada em sua simplicidade. Uma vez que, um modelo constitutivo mais elaborado, tornaria o sistema dinâmico (que já possui muitas não-linearidades) muito complexo em relação à interpretação dos resultados. Portanto, este modelo acrescenta uma não-linearidade ao sistema que permite que os pêndulos oscilem fora de suas posições de equilíbrio tradicionais. Ou seja, apesar de suas limitações, sua inclusão no modelo dinâmico proporciona efeitos conhecidos que os materiais com memória de forma induzem em sistemas dinâmicos.

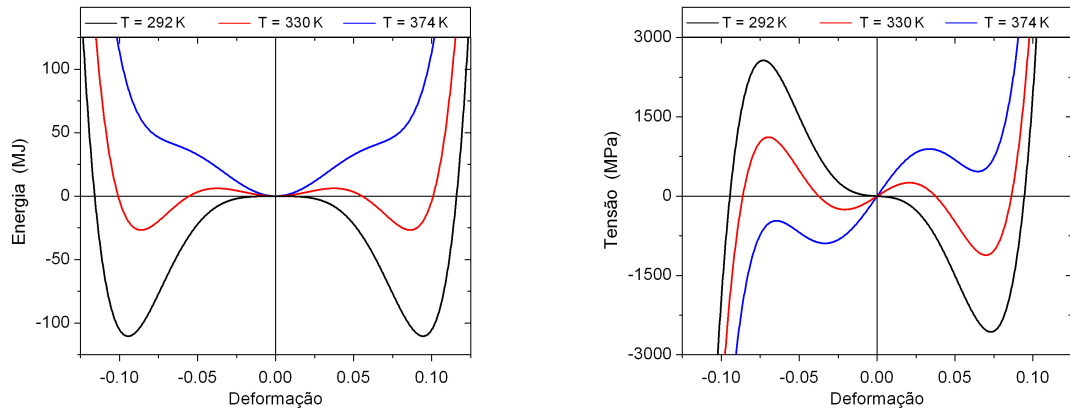
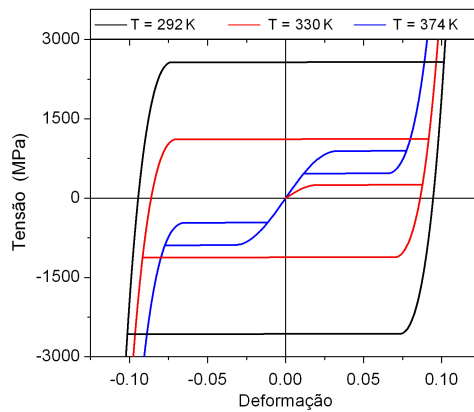
(a) Energia \times Deformação(b) Tensão \times Deformação (prescrita)(c) Tensão (prescrita) \times Deformação

Figura 2.10: Curvas de energia e de tensão para o modelo de Falk

2.4 Dinâmica não linear

Existem algumas ferramentas de análise não linear, tanto qualitativas quanto quantitativas, que desempenham um papel importante na interpretação dos resultados. Neste contexto, a seguir, é apresentada algumas das principais técnicas.

2.4.1 Seção de Poincaré

A Seção de Poincaré é uma ferramenta analítica utilizada na teoria de sistemas dinâmicos para estudar a periodicidade de sistemas complexos. Ela recebe esse nome em homenagem ao matemático francês Henri Poincaré, que a desenvolveu no início do século

XX. A principal ideia por trás da Seção de Poincaré é a de simplificar a análise de sistemas dinâmicos multidimensionais, projetando-os em um espaço de fase de dimensão inferior, tornando assim o estudo de suas trajetórias mais acessível.

A ideia fundamental da Seção de Poincaré é selecionar um subconjunto específico do espaço de fase do sistema dinâmico de interesse. Este subconjunto, conhecido como "seção de Poincaré", é geralmente definido por um conjunto de condições que restringem a dinâmica do sistema. Por exemplo, pode-se escolher uma superfície normal ao espaço de fase, tal como um plano, e definir a Seção de Poincaré como o conjunto de pontos onde as trajetórias do sistema cruzam essa superfície. Essa escolha estratégica simplifica a análise, uma vez que permite que se concentre na interação entre o sistema e a seção, ao invés de considerar todo o espaço de fase.

A Seção de Poincaré oferece diversas vantagens na análise de sistemas dinâmicos complexos. Algumas das principais vantagens incluem:

- **Redução da dimensão:** A projeção do sistema dinâmico em uma seção de Poincaré reduz a dimensão do problema, descartando a variável tempo do problema.
- **Identificação de Comportamentos Periódicos:** A Seção de Poincaré é particularmente útil para classificar a periodicidade dos comportamentos apresentados (periódicos, quasi-periódicos e caóticos), apresentados pelo sistema, que são de grande importância na compreensão de comportamentos dinâmicos.
- **Visualização Gráfica:** A representação gráfica da seção de Poincaré muitas vezes revela padrões e propriedades fundamentais do sistema que podem não ser evidentes em análises de alta dimensão.
- **Predição de Comportamentos Futuros:** Ao utilizar a análise da Seção de Poincaré, é possível caracterizar a variação no comportamento do sistema, proporcionando uma compreensão de como ele responderá a diferentes condições iniciais e parâmetros.

2.4.2 Diagrama de Bifurcação

O diagrama de bifurcação é uma ferramenta fundamental na análise de sistemas dinâmicos complexos, frequentemente utilizada para visualizar as mudanças no comportamento de um sistema à medida que seus parâmetros são variados. Este diagrama oferece

uma visão gráfica do tipo de solução do sistema em relação à variação de um parâmetro, destacando transições para o caos e outras características importantes do sistema.

No contexto de sistemas dinâmicos, uma bifurcação ocorre quando uma pequena mudança nos parâmetros do sistema causa uma mudança qualitativa significativa em seu comportamento, com uma consequente duplicação de período. Essas mudanças podem incluir, a transição de um comportamento periódico para o caos ou vice-versa, entre outros cenários. O diagrama de bifurcação permite mapear essas mudanças à medida que os parâmetros variam em um determinado intervalo.

A construção de um diagrama de bifurcação envolve uma série de etapas. Inicialmente, é necessário definir o sistema dinâmico de interesse, incluindo suas equações diferenciais ou mapeamentos discretos. Em seguida, somente um parâmetro é variado no estudo, enquanto os demais permanecem constantes.

Os valores desse parâmetro selecionado são variados dentro de um intervalo especificado e o sistema é simulado para cada valor do parâmetro. A análise dos resultados é conduzida para cada configuração do parâmetro, incluindo a identificação de órbitas estáveis, a detecção de transições para o caos e a determinação de valores críticos dos parâmetros.

No diagrama, o valor do parâmetro é plotado no eixo horizontal, enquanto uma medida de interesse, como um ponto de corte em uma seção de Poincaré, é representada no eixo vertical. Cada ponto no diagrama de bifurcação representa uma configuração específica do sistema para um valor particular do parâmetro, permitindo uma visualização clara das mudanças qualitativas no comportamento do sistema à medida que os parâmetros são variados.

2.4.3 Expoente de Lyapunov

A sensibilidade às condições iniciais e aos parâmetros é um fenômeno fundamental em sistemas não lineares. Em sistemas não lineares, pequenas variações nas condições iniciais, por exemplo, podem levar a divergências exponenciais nas trajetórias de resposta ao longo do tempo. Isso significa que, em sistemas vibratórios não lineares, a previsão exata das trajetórias de resposta a longo prazo pode ser extremamente desafiadora.

Os expoentes de Lyapunov desempenham um papel crítico na quantificação dessa sensibilidade em sistemas não lineares. Eles permitem medir as taxas médias de expansão ou contração de uma região do espaço contendo duas órbitas (sendo uma referência e a

outra perturbada), fornecendo informações cruciais sobre seu comportamento dinâmico. Para sistemas de vibração não linear, os expoentes de Lyapunov são definidos da seguinte forma. Suponha que se tenha um sistema vibratório descrito por equações diferenciais não lineares. Os expoentes de Lyapunov λ_{Li} são calculados como a taxa média de variação exponencial da distância entre as duas órbitas (de referência e perturbada), ao longo do tempo conforme a Eq. 2.4, a seguir:

$$\lambda_{Li} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \left(\frac{\|\delta x_i(t)\|}{\|\delta x_0\|} \right) \quad (2.4)$$

onde $\delta x_i(t)$ representa a perturbação no tempo t para a condição inicial x_i , e δ_0 é a perturbação inicial. Esses coeficientes refletem a taxa média de divergência ou convergência das trajetórias de resposta próximas no espaço de estado do sistema. A presença de expoentes de Lyapunov positivos em sistemas não lineares é um indicador de comportamento caótico. Quanto maiores os coeficientes, mais sensível é o sistema às condições iniciais e, portanto, mais irregular e complexo é o comportamento.

2.4.4 Método de Wolf

Um método amplamente aceito para calcular o maior expoente de Lyapunov de uma série temporal foi estabelecido por Wolf et al. (1985)). Neste método, considera-se uma série temporal $x(t)$, e busca-se um ponto próximo ao ponto inicial, $x(t_0)$, mensurando a distância entre esses dois pontos, denominada $L(t_0)$. À medida que o tempo avança para t_1 , essa distância se transforma em $L'(t_1)$. A evolução dessa distância é acompanhada ao longo da série temporal. Subsequentemente, busca-se um novo ponto onde a distância entre ele e o ponto de recolocado seja pequena, conforme demonstrado na Fig.2.11. Esse processo é repetido até que a trajetória original seja seguida para todos os pontos da série. Em cada ponto, procedemos à estimativa do expoente de Lyapunov.

$$\lambda_{Li} = \frac{1}{t_m - t_0} \sum_{k=1}^m \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})} \quad (2.5)$$

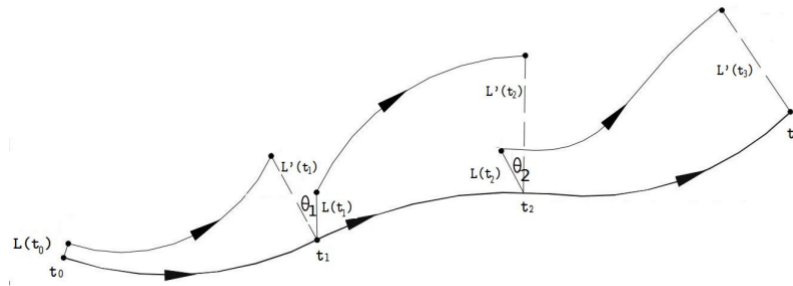


Figura 2.11: Procedimento de reposição para estimar os expoentes de Lyapunov adaptada de Wolf et al. (1985)

Capítulo 3

Metodologia

A fim de se obterem as equações de movimento do conjunto será aplicado o método de Newton-Euler. Além disso, será obtido o comportamento mecânico da mola torcional composta por uma liga com memória de forma, utilizando o modelo polinomial de Falk (1980) para modelar seu comportamento restituidor.

De posse das equações de movimento, para facilitar a análise qualitativa e quantitativa do sistema, será realizada a adimensionalização dos parâmetros. Após isso, será aplicado o método de Runge-Kutta de quarta ordem, para a resolução numérica da equação de movimento. Para aplicá-lo, será necessário transformar o equacionamento diferencial de segunda ordem obtido em um sistema de equações diferenciais de primeira ordem.

Definidas as variáveis de estado, a análise dinâmica do sistema será realizada por meio das ferramentas amplamente utilizadas na literatura, tais como: seção de Poincaré, diagrama de bifurcação e expoente de Lyapunov.

Este trabalho apresenta dois conjuntos de resultados. O primeiro terá como enfoque o comportamento natural do sistema, contemplando os diferentes pontos de equilíbrio em função das diferentes temperaturas da LMF em comparação com uma mola de comportamento elástico linear, analisando as órbitas no espaço de fase.

O segundo conjunto considera a análise para o sistema forçado submetido a uma excitação paramétrica utilizando as ferramentas de análise dinâmica citadas anteriormente.

3.1 Modelagem

Esta seção tem por finalidade apresentar o sistema estudado e a obtenção das equações diferenciais que descrevem sua dinâmica. O modelo estudado é composto por um pêndulo, uma base oscilante excitado verticalmente pelas ondas do mar, uma haste que faz conexão, através de um ponto de pivotamento, entre a base e o pêndulo, e uma mola torcional composta por LMF. O pêndulo é composto por uma haste de peso desprezível e de comprimento L com uma esfera de massa m localizada na sua extremidade, conforme a Fig. 3.4 abaixo.

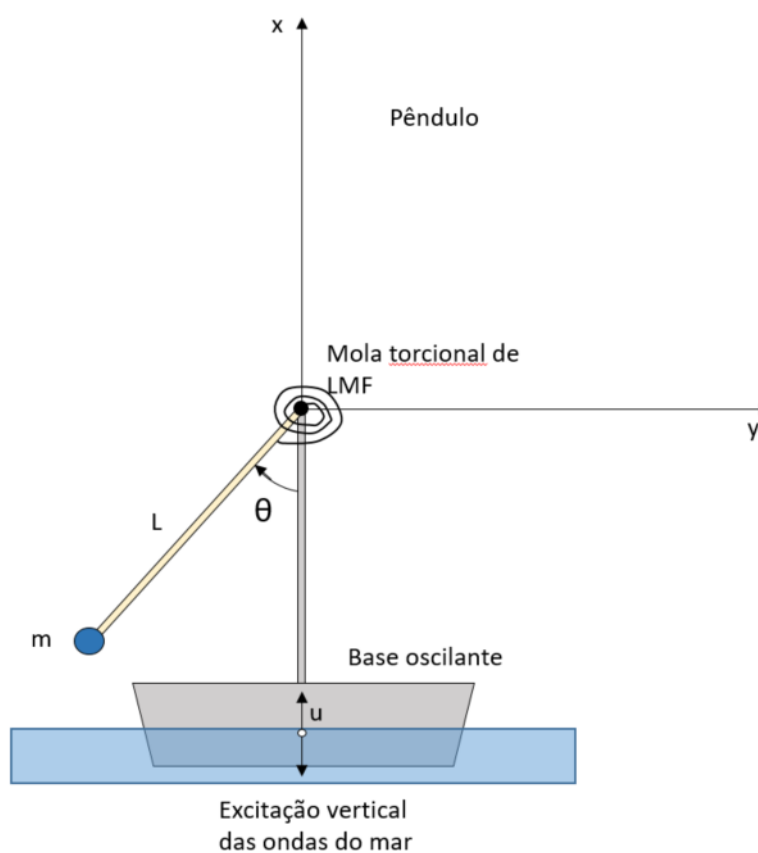


Figura 3.1: Modelo pêndulo paramétrico acoplado com uma mola torcional LMF.

Primeiramente, faz-se necessário determinar a componente de excitação paramétrica proveniente das ondas do mar. Para isso, determina-se o efeito paramétrico em um bloco flutuante com um grau de liberdade (Fig. 3.2). Além disso, utiliza-se a teoria linear das ondas do mar, desenvolvida por Airy (1845). Esta teoria apresenta uma boa aproximação, tendo o mesmo resultado que a teoria de Stokes de ondas de primeira ordem. Deste modo, a oscilação das ondas em qualquer ponto especificado é dada por:

$$\eta = a \cos(\Omega t). \quad (3.1)$$

onde, η , a e Ω são respectivamente, a oscilação, a amplitude e a frequência da onda.

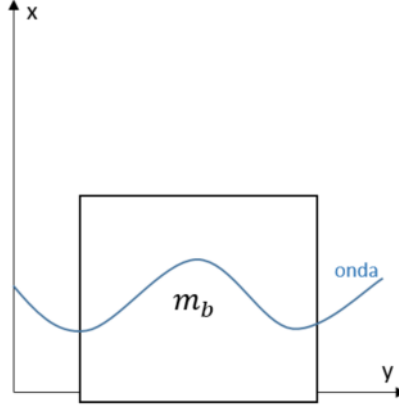


Figura 3.2: Modelo de bloco flutuante com um grau de liberdade.

Aplicando o método de Newton-Euler no bloco, obtém-se a seguinte equação:

$$m_b \ddot{u} = m_f (\ddot{\eta} - \ddot{u}) + c_f (\dot{\eta} - \dot{u}) + k_f (\eta - u) \quad (3.2)$$

onde m_b , m_f , c_f e k_f são respectivamente massa do bloco, massa do fluido deslocado e as constantes relacionadas às componentes dissipativa e restituidora do fluido.

Derivando η e na sequência $\dot{\eta}$, têm-se as seguintes expressões:

$$\dot{\eta} = -a\Omega \sin(\Omega t). \quad (3.3)$$

e

$$\ddot{\eta} = -a\Omega^2 \cos(\Omega t). \quad (3.4)$$

Rearranjando a equação 3.2, têm-se:

$$(m_b + m_f) \ddot{u} + c_f \dot{u} + k_f u = e(t) \quad (3.5)$$

Onde:

$$e(t) = (k_f - m_f a \Omega^2) \cos(\Omega t) - c_f a \Omega \sin(\Omega t) \quad (3.6)$$

Reescrevendo a equação 3.6, têm-se:

$$e(t) = F_0 \cos(\Omega t + \epsilon_{01}) \quad (3.7)$$

Onde:

$$F_0 = a \sqrt{(k_f - m_f \Omega^2)^2 + (c_f \Omega)^2} \quad (3.8)$$

e

$$\epsilon_{01} = \arctan \frac{-c_f \Omega}{k_f - m_f \Omega^2} \quad (3.9)$$

Sendo que ϵ_{01} pode ser encarado como um ângulo de fase. Resolvendo a equação 3.5, têm-se a seguinte equação de deslocamento do bloco:

$$u = x_0 \cos(\Omega t + \epsilon_{01} + \epsilon_{02}) \quad (3.10)$$

Onde:

$$x_0 = \frac{F_0}{\sqrt{(k_f - (m_b + m_f) \Omega^2)^2 + (c_f \Omega)^2}} \quad (3.11)$$

e

$$\epsilon_{02} = \arctan \frac{-c_f \Omega}{k_f - (m_b + m_f) \Omega^2} \quad (3.12)$$

Com o intuito de simplificar a equação 3.10, é considerado que t_0 seja dado por:

$$t_0 = t - \frac{\epsilon_{01} + \epsilon_{02}}{\Omega} \quad (3.13)$$

Substituindo 3.13 em 3.10, chega-se a seguinte equação:

$$u = x_0 \cos(\Omega t) \quad (3.14)$$

Aplicando o método de Newton-Euler para o plano, obtêm-se:

$$\sum M_z^0 = I_{zz}^0 \ddot{\theta} + m(r_{oa} \times a_{bloco}) \quad (3.15)$$

Onde r_{oa} é o vetor posição de a referente do ponto o ao ponto de pivotamento e a_{bloco} é a aceleração linear do bloco, utilizando a equação 3.14, têm-se:

$$a_{bloco} = \ddot{u} = -x_0 \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.16)$$

De posse da equação da aceleração do efeito paramétrico e utilizando o diagrama de corpo livre conforme a Fig 3.3, obtêm-se:

$$-T_{LMF} - mgL \sin \theta = mL^2 \ddot{\theta} + mL y_0 \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.17)$$

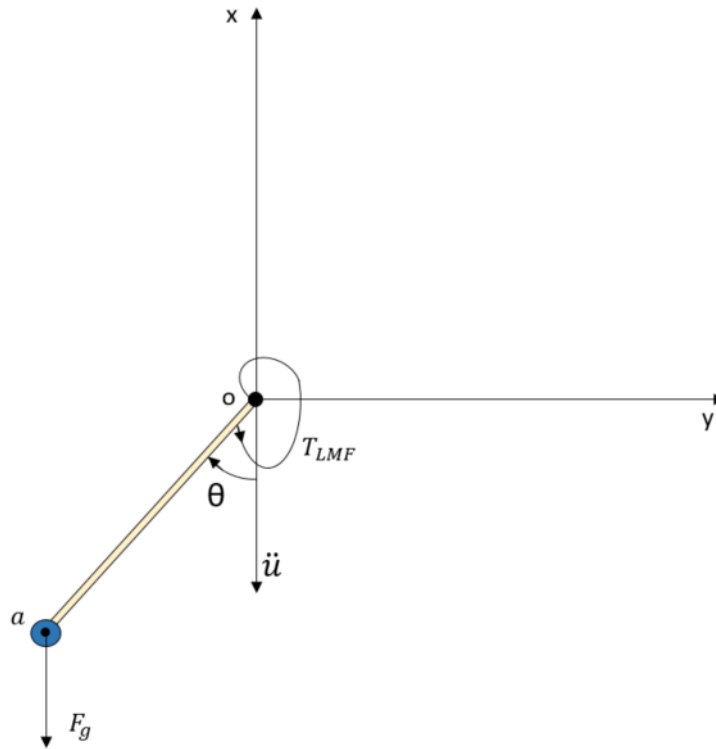


Figura 3.3: Diagrama de corpo livre.

Onde T_{LMF} , é o torque proveniente da mola torcional de LMF. Sabendo que a equação 2.3 que descreve o modelo constitutivo em termos de tensão normal, a equação adaptada do sistema para o torque restituidor é dada por:

$$T_{LMF} = A[\alpha(T - T_m)\theta - \beta\theta^3 + \gamma\theta^5] + c\dot{\theta} \quad (3.18)$$

Onde A é uma constante associada a geometria da mola. Além disso, com o intuito de adaptar a dissipação de energia referente às mudanças de fases da LMF, foi adicionado uma segunda parcela na expressão, onde c é o coeficiente de dissipação.

Substituindo a equação 3.18 na equação 3.17, tem-se:

$$\ddot{\theta} + \frac{c\dot{\theta}}{mL^2} + \frac{A}{mL^2}[\alpha(T - T_M)\theta - \beta\theta^3 + \gamma\theta^5] + \frac{g}{L}\left(\frac{x_0\Omega^2}{g}\cos\Omega t + 1\right)\sin\theta = 0 \quad (3.19)$$

Com a finalidade de facilitar a análise do problema, adimensionaliza-se a equação do movimento. Para isso, redefinem-se as seguintes variáveis: $\tau = \omega t$ como nova variável independente associada ao tempo, $\Gamma = T/T_M$, relacionada a temperatura e $\Theta[\tau(t)] = \theta(t)$ referente ao deslocamento angular. Com essa nova descrição, calculam-se as taxas de variação associadas a $\Theta[\tau(t)]$ utilizando a regra da cadeia. Com isso, têm-se as expressões abaixo:

$$\dot{\Theta}[\tau(t)] = \frac{\partial\Theta(\tau)}{\partial t} = \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} \frac{\partial\tau}{\partial t} = \Theta'(\tau)\omega \quad (3.20)$$

$$\ddot{\Theta}[\tau(t)] = \frac{\partial\Theta'(\tau)\omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial\tau} \left(\frac{\partial\Theta\omega}{\partial t} \right) \frac{\partial\tau}{\partial t} = \frac{\partial^2\Theta}{\partial\tau^2}\omega^2 = \Theta''(\tau)\omega^2 \quad (3.21)$$

Com essas expressões, definem-se as trocas de variáveis para $\theta(t)$ e suas derivadas:

$$\theta(t) = \Theta(\tau) \quad (3.22)$$

$$\dot{\theta}(t) = \Theta'(\tau)\omega \quad (3.23)$$

$$\ddot{\theta}(t) = \Theta''(\tau)\omega^2 \quad (3.24)$$

Substituindo todas as relações obtidas na equação 3.19, chega-se na seguinte expressão:

$$\Theta'' + \lambda\Theta' + \chi(\Gamma - 1)\Theta - \psi\Theta^3 + \delta\Theta^5 + (\kappa + \rho \cos \varpi\tau)\sin\Theta = 0 \quad (3.25)$$

Sendo que as constantes adimensionais são dadas por:

$$\lambda = \frac{c}{mL^2\omega}; \chi = \frac{A\alpha T_M}{mL^2\omega^2}; \psi = \frac{A\beta}{mL^2\omega^2}; \delta = \frac{A\gamma}{mL^2\omega^2}; \kappa = \frac{g}{L\omega^2}; \rho = \frac{x_0\Omega^2}{L\omega^2} \quad (3.26)$$

É razoável ainda determinar a frequência angular de referência do sistema deste trabalho. Como a frequência angular é um valor arbitrário, determina-se $\chi = 1$, portanto tem-se $\omega = \sqrt{\alpha AT_M/mL^2}$. O método numérico de integração que será utilizado neste trabalho é o Runge-Kutta de quarta ordem, e para tal, é necessário realizar uma redução de ordem da equação diferencial. Deste modo, objetiva-se reescrevê-la como um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem. Para isso, seguem as seguintes renomeações das variáveis:

$$\begin{cases} \Theta = x \\ \Theta' = \dot{x} = y \\ \Theta'' = \ddot{x} = \dot{y} \end{cases} \quad (3.27)$$

Fazendo as substituições e manipulações algébricas necessárias em 3.25, chega-se então à forma final da equação de movimento do sistema dinâmico apresentado, necessitando-se agora a implementação do método de integração numérica:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\lambda y - (\Gamma - 1)x + \psi x^3 - \delta x^5 - (\kappa + \rho \cos \varpi\tau) \sin x \end{cases} \quad (3.28)$$

3.2 Análise qualitativa para colheita de energia

O objetivo principal da análise em questão é avaliar a capacidade de colheita de energia do sistema. Para realizar essa análise, um procedimento específico é seguido, que consiste nas etapas descritas abaixo.

Em primeiro lugar, para cada período de forçamento no regime permanente, registra-se a posição máxima e a posição mínima atingida pelo pêndulo. Esses registros são importantes, pois indicam os pontos extremos do movimento do pêndulo durante o período de forçamento em questão.

A Fig.3.4, ilustra visualmente como essas informações são coletadas. É possível monitorar como o pêndulo se move ao longo do tempo e atinge suas posições máximas e mínimas.

Com base nas posições máximas e mínimas registradas, calcula-se o módulo do deslocamento máximo que o pêndulo experimenta durante um período de forçamento. Esse valor representa a maior amplitude que o pêndulo experimenta durante o período de forçamento em análise, e não o deslocamento total, que pode ser consideravelmente maior. Portanto, essa medida representa um indicador qualitativo da capacidade de colheita de energia, especialmente quando se analisam os comportamentos periódicos.

É importante ressaltar que esse procedimento é repetido para cada período de forçamento durante o regime permanente. Portanto, para cada período, é possível obter informações sobre a máxima diferença de amplitude atingida pelo pêndulo.

Ao final da simulação, é obtida a média das diferenças de amplitudes, calculada para cada período de forçamento. Essa média proporciona uma visão geral da capacidade de colheita de energia do sistema. Conforme a equação 3.29.

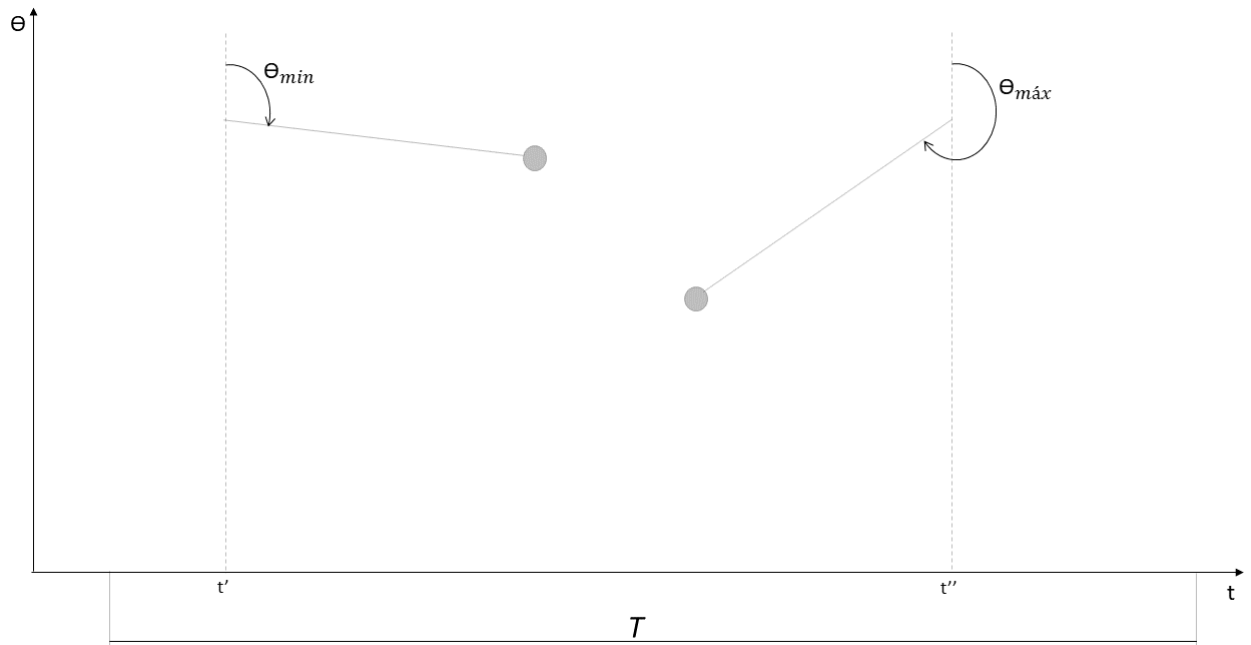


Figura 3.4: Modelo de determinação do deslocamento máximo.

$$\langle A_{máx} \rangle = \sum_{i=n_p-n_d}^{n_p} \frac{\sqrt{(\Theta_{máx}^i - \Theta_{min}^i)^2}}{n_p - n_d} \quad (3.29)$$

Onde $\langle A_{máx} \rangle$, n_p , e n_d , são respectivamente, a média da amplitude máxima de uma simulação, número de períodos simulados e número de períodos descartados a fim de considerar apenas o regime permanente.

Capítulo 4

Resultados

Este capítulo é dividido em duas seções: o comportamento natural e o comportamento excitado do sistema. Primeiramente, foi realizada a análise do comportamento natural, que representa a solução homogênea (sem forçamento) do sistema de equações diferenciais, destacando suas características fundamentais. Em seguida, investigou-se o comportamento forçado, onde o sistema é submetido à excitação de base paramétrica, revelando novos comportamentos. A compreensão abrangente dessas duas dinâmicas é essencial para uma visão completa do sistema e a análise dos resultados que se seguirá.

Na Tab. 4.1, são exibidos os parâmetros empregados nas simulações. Os parâmetros indicados com asterisco (*) podem variar ao longo das simulações e o valor específico utilizado será mencionado em cada caso.

Parâmetro	Valor
λ	1.0×10^{-2}
ϖ	1.0
ψ	5.0×10^{-3}
δ	7.0×10^{-6}
κ	*
ρ	*
Γ	*

Tabela 4.1: Parâmetros do sistema

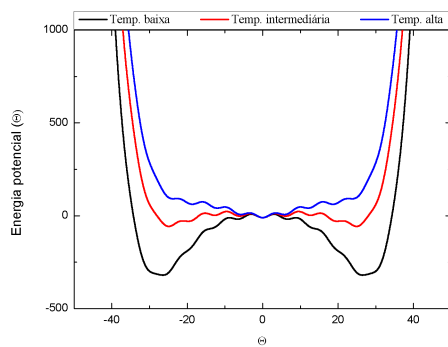
4.1 Comportamento natural

Nesta seção, é abordado o comportamento natural do sistema, dando início à análise da energia potencial em função do ângulo Θ para diferentes valores da constante kappa ($\kappa = 10$, $\kappa = 20$ e $\kappa = 30$) e para três diferentes temperaturas: baixa, intermediária e

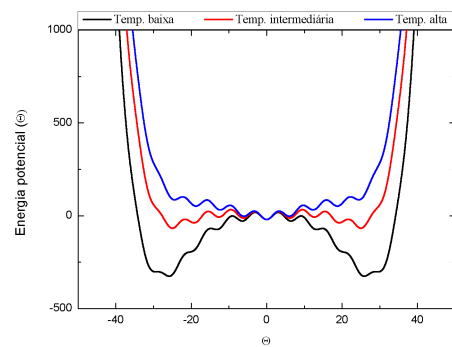
alta, representado pelos diferentes valores de Γ .

Na Fig.4.1(a), verifica-se o comportamento da energia potencial para $\kappa = 10$, considerando três temperaturas distintas. Em uma temperatura baixa, identifica-se a presença de cinco pontos de equilíbrio estáveis do tipo poço. Aumentando a temperatura para os casos médio e alto, observa-se que o número de pontos de equilíbrio estáveis permaneceu o mesmo (nove pontos).

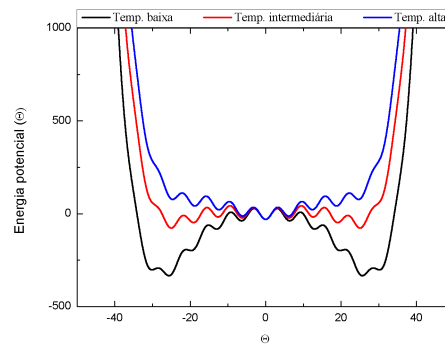
A Fig.4.1(b) ilustra a energia potencial para $\kappa = 20$ para as três temperaturas. Para uma temperatura baixa, nota-se que o número de poços de equilíbrio estáveis aumentou para nove, sendo que os cinco poços anteriores se tornaram mais bem definidos. Nos casos de temperatura média e alta, os nove poços se mantiveram, indicando uma influência da constante κ na estabilidade do sistema.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.1: Curvas de energia potencial em função do ângulo Θ . (a) $\kappa = 10$; (b) $\kappa = 20$ e (c) $\kappa = 30$

Por fim, na Fig.4.1(c), $\kappa = 30$ em uma temperatura baixa, notam-se a presença de onze poços. À medida que a temperatura aumenta (temperaturas média e alta), os nove poços se mantiveram, evidenciando o papel da constante κ na estabilidade do sistema.

Esses resultados destacam a importância da constante κ na determinação da quantidade de pontos de equilíbrio estáveis do tipo poço para as diferentes temperaturas. Cabe destacar que a constante κ tem a ver com o comprimento da haste e , conseqüentemente, afeta o momento gerado pela força peso, que se contrapõe ao momento destituidor da mola torcional de LMF. Portanto, é natural que, com o aumento de κ , haja mais pontos de equilíbrio estáveis do tipo poço. Isso pode ser constatado mais nitidamente para o caso com baixa temperatura: 5 pontos para $\kappa = 10$; 9 pontos para $\kappa = 20$ e 11 pontos para $\kappa = 30$.

Em seguida, foram realizadas as simulações abrangendo diferentes condições iniciais para cada conjunto de parâmetros (κ e Γ) com a finalidade de identificar as órbitas homoclínicas (curvas em vermelho) e as órbitas estáveis em torno dos diferentes pontos de equilíbrio (curvas em azul), desconsiderando as variáveis λ e ρ , ou seja, o amortecimento e o forçamento.

A Fig.4.2 apresenta os resultados de simulações realizadas com um valor fixo de $\kappa = 10$, enquanto foi modificado o parâmetro Γ para três valores distintos de temperatura: baixa, intermediária e alta. Especificamente, na Fig.4.2(d), a simulação foi conduzida mantendo o valor de κ inalterado, mas ajustando os parâmetros ψ e δ para zero e mantendo $\Gamma = 2$. Essas alterações promovem a linearização do sistema que, fisicamente, corresponde a uma mola torcional elástica linear. É possível observar comportamentos distintos na Fig.4.2, onde cada condição inicial apresenta características particulares. Na Fig.4.2(a), identifica-se a presença de 9 pontos de equilíbrio distintos, sendo 4 pontos instáveis do tipo sela e 5 pontos estáveis do tipo poço. Na Fig.4.2(b), observam-se 17 pontos de equilíbrio distintos, sendo 8 pontos instáveis do tipo sela e 9 pontos estáveis do tipo poço. Já a Fig.4.2(c) ilustra 17 pontos, sendo 8 pontos instáveis do tipo sela e 7 pontos estáveis do tipo poço. A Fig.4.2(d), revelou 13 pontos de equilíbrio distintos, sendo 6 pontos instáveis do tipo sela e 7 pontos estáveis do tipo poço. A variação na quantidade de pontos de equilíbrio reflete a sensibilidade do sistema, sendo diretamente afetada pela temperatura. Em contraste, no caso de uma mola linear, essa influência térmica não está presente, o que evidencia a complexidade inerente ao sistema contendo apenas a não linearidade do pêndulo.

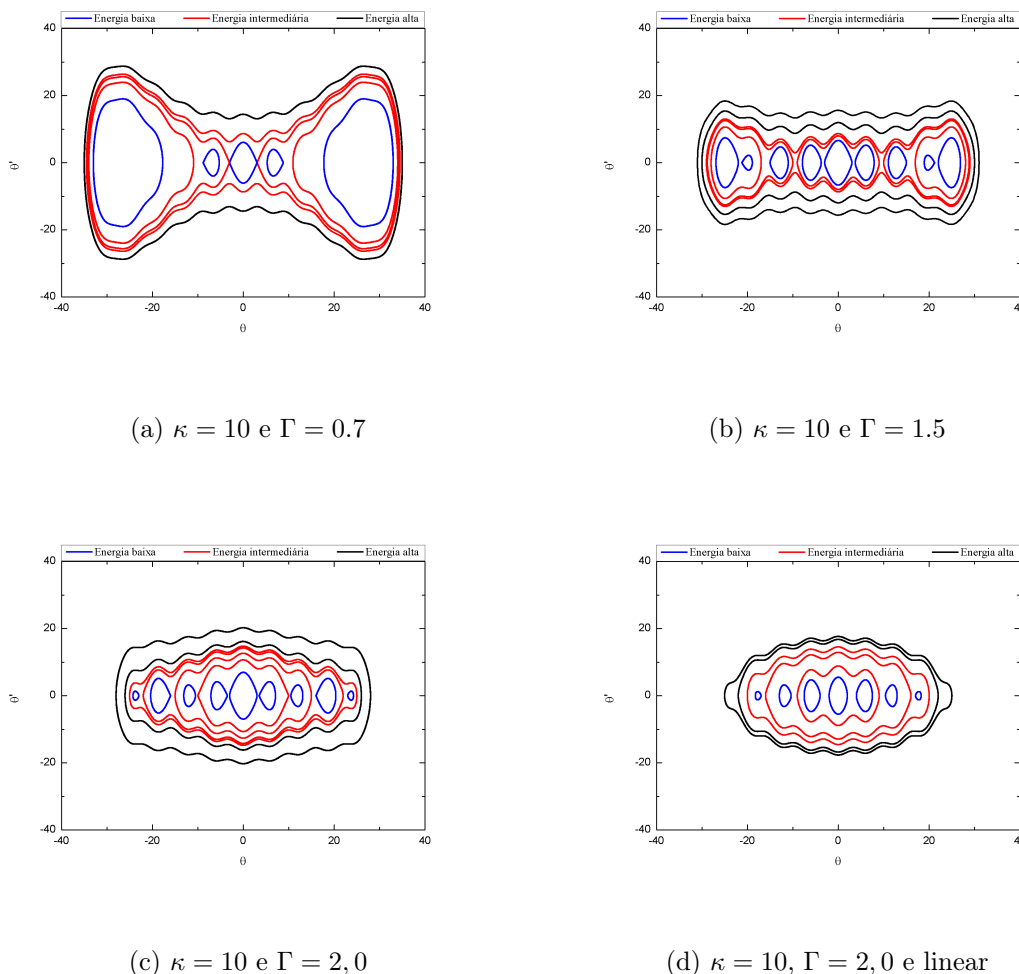


Figura 4.2: Espaço de fase

Na Fig.4.2(a), para temperaturas baixas, observa-se a presença de 5 órbitas oscilatórias (em azul), um par à esquerda e outro à direita do ponto de equilíbrio central, associadas às fases martensíticas induzidas por compressão ($M-$) e por tração ($M+$), respectivamente, enquanto a órbita central está associada a um comportamento de baixa energia, em que o momento da força peso supera o momento da mola torcional de LMF. Na Fig.4.2(b), correspondente à temperatura intermediária, novamente, identificam-se três órbitas oscilatórias à esquerda e três à direita, em azul, associadas às fases ($M-$) e ($M+$). Percebe-se, ainda, o surgimento de duas órbitas oscilatórias adjacentes ao ponto central (de baixa energia), indicando a meta-estabilidade da austenita para essa faixa de temperatura. Na Fig.4.2(c), as órbitas oscilatórias concêntricas, em vermelho, indicam a estabilidade exclusiva da fase austenítica. Já na Fig.4.2(d), apresenta órbitas homoclínicas concêntricas semelhantes ao caso com LMF em temperaturas altas, isto se deve à contraposição do momento da força peso e o momento da mola torcional elástica.

Nas Fig.4.3(a), 4.3(c) e 4.3(e), foram realizadas simulações idênticas para baixa, intermediária e alta temperatura, respectivamente, com $\kappa = 20$. Por sua vez, nas Fig.4.3(b), 4.3(d) e 4.3(f), realizaram-se as simulações para baixa, intermediária e alta temperatura, no entanto, agora com $\kappa = 30$.

Conforme já destacado, a constante (κ) tem a ver com a geometria do pêndulo e, portanto, afeta o momento gerado pela força peso, que se contrapõe ao momento restituidor da mola torcional de LMF. À medida que o valor de κ aumenta, a energia potencial gravitacional associada ao sistema também aumenta. Em temperaturas baixas, a curva da energia potencial apresenta dois vales bem pronunciados, exigindo uma maior quantidade de energia para superá-los. Portanto, quando κ é ampliado, surgem subvales adicionais, resultando em um aumento no número de pontos de equilíbrio estáveis. Para as temperaturas intermediária e alta, há uma menor estabilidade dos vales das expectativas curvas de energia. Em resumo, quanto maior o valor de κ , mais evidente se torna a dinâmica do pêndulo e menos perceptível se torna o efeito da mola torcional de LMF.

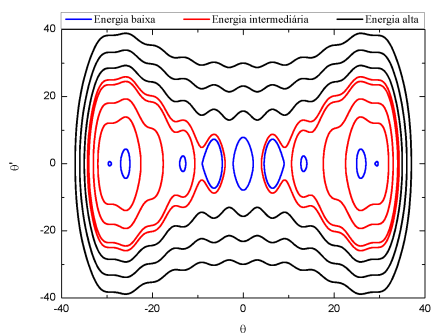
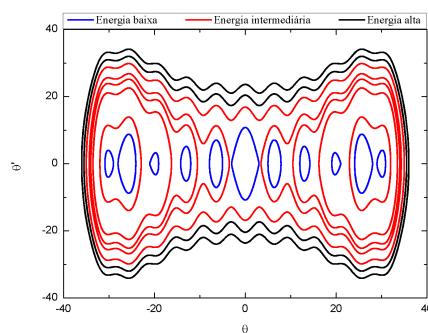
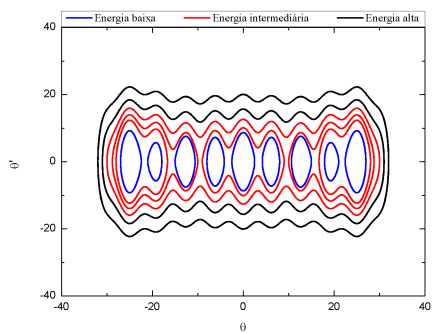
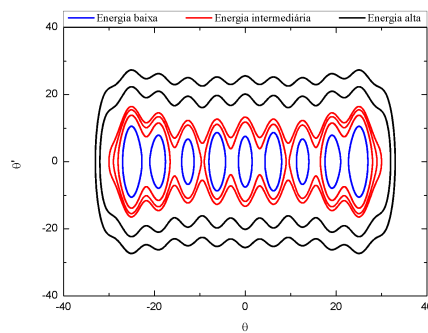
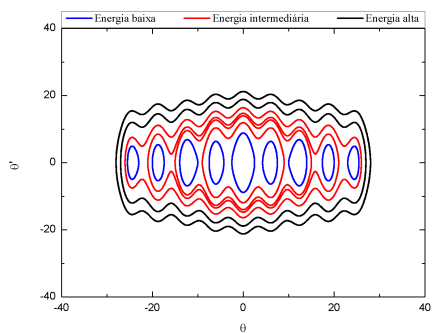
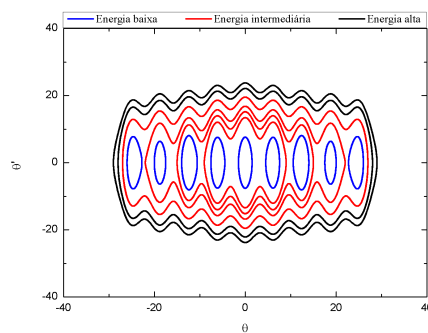
(a) $\kappa = 20$ e $\Gamma = 0,7$ (b) $\kappa = 30$ e $\Gamma = 0,7$ (c) $\kappa = 20$ e $\Gamma = 1,5$ (d) $\kappa = 30$ e $\Gamma = 1,5$ (e) $\kappa = 20$ e $\Gamma = 2,0$ (f) $\kappa = 30$ e $\Gamma = 2,0$

Figura 4.3: Espaço de fase. Onde em azul têm-se órbitas em torno dos pontos tipo centro.

4.2 Análise com forçamento

Nesta seção, é abordada uma análise do comportamento forçado do sistema para avaliar a influência dos parâmetros Γ , ρ e κ . Em cada simulação, avançou-se em intervalos de $1/500$ do período, relacionados à frequência de forçamento, ao longo de 10000 períodos. No entanto, os primeiros 8000 períodos foram desconsiderados com o propósito de obter resultados em regime permanente. Além disso, adotou-se como condições iniciais um ângulo $\Theta = 100^\circ$ e $\Theta' = 0$. Essa escolha se deve ao fato de que, com uma condição inicial de $\Theta = 0^\circ$, o último termo relacionado a $\sin(\Theta)$ será zero, anulando o termo de forçamento e impossibilitando o início das oscilações do sistema.

A Fig.4.4, apresenta o diagrama de bifurcação variando o parâmetro Γ , relacionado à temperatura da LMF, onde foi realizada uma varredura de 0,001 a 4,00, com incrementos de 0,001. A escala à esquerda, exhibe o deslocamento angular Θ , onde os pontos em preto representam a resposta da seção de Poincaré. Já à direita, tem-se a amplitude média máxima por período de forçamento $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$, com pontos azuis e vermelhos. Os pontos azuis correspondem a $\lambda_{L1} > 0$, indicando uma condição caótica, enquanto os pontos vermelhos representam $\lambda_{L1} \leq 0$ e indicam uma condição periódica.

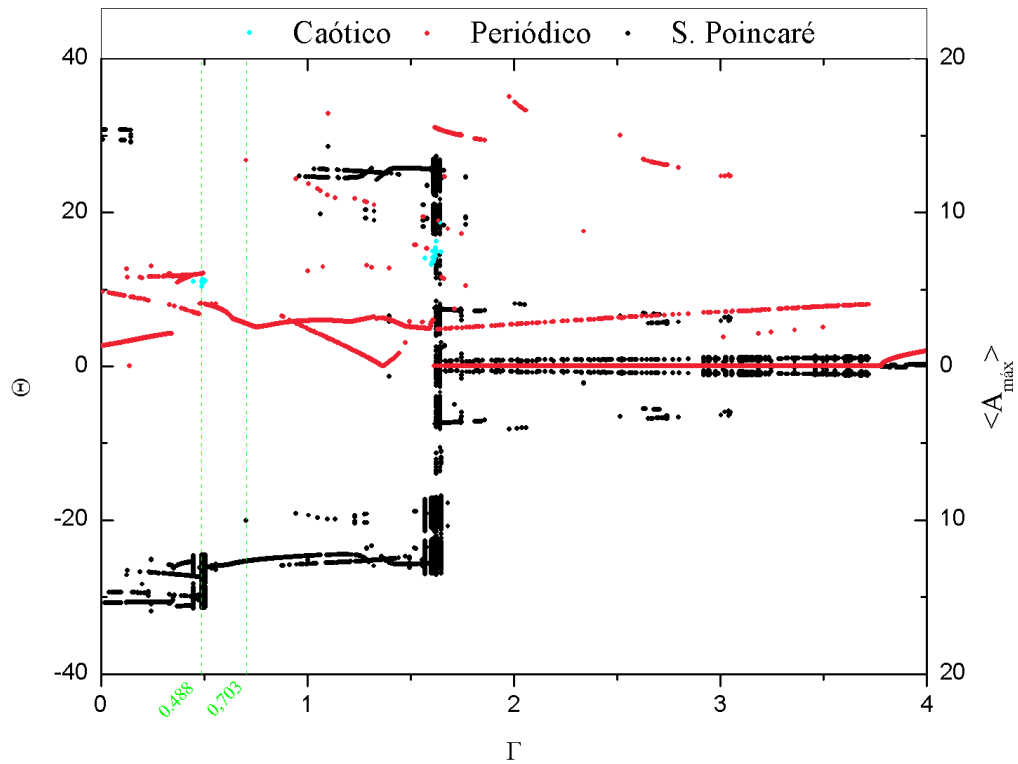


Figura 4.4: Diagrama de bifurcação de Γ . Com κ e ρ iguais 15.

Para baixas temperaturas, observa-se predominantemente condições periódicas, com apenas um pequeno intervalo de comportamentos caóticos no sistema. Em temperaturas intermediárias, entre 1,000 e 2,000, a condição é semelhante àquela encontrada em baixas temperaturas, com a maioria das condições sendo periódicas e uma pequena faixa de caos. No entanto, em temperaturas mais elevadas, notam-se apenas condições periódicas, sem a presença de caos.

Quanto à análise da amplitude, observam-se majoritariamente baixas amplitudes ao longo da varredura. No intervalo entre 1,000 e 2,000, encontra-se a região de maior concentração de pontos com amplitude acima de 10. Por outro lado, a condição de maior concentração de amplitudes próximas de 0 ocorre em altas temperaturas.

A Fig.4.5, exibe um zoom no intervalo de valores de Γ entre 0,480 e 0,710 da Fig.4.4. Foram selecionados dois pontos para avaliar o comportamento dinâmico: um ponto periódico, com $\Gamma = 0,703$, e um ponto caótico, com $\Gamma = 0,488$.

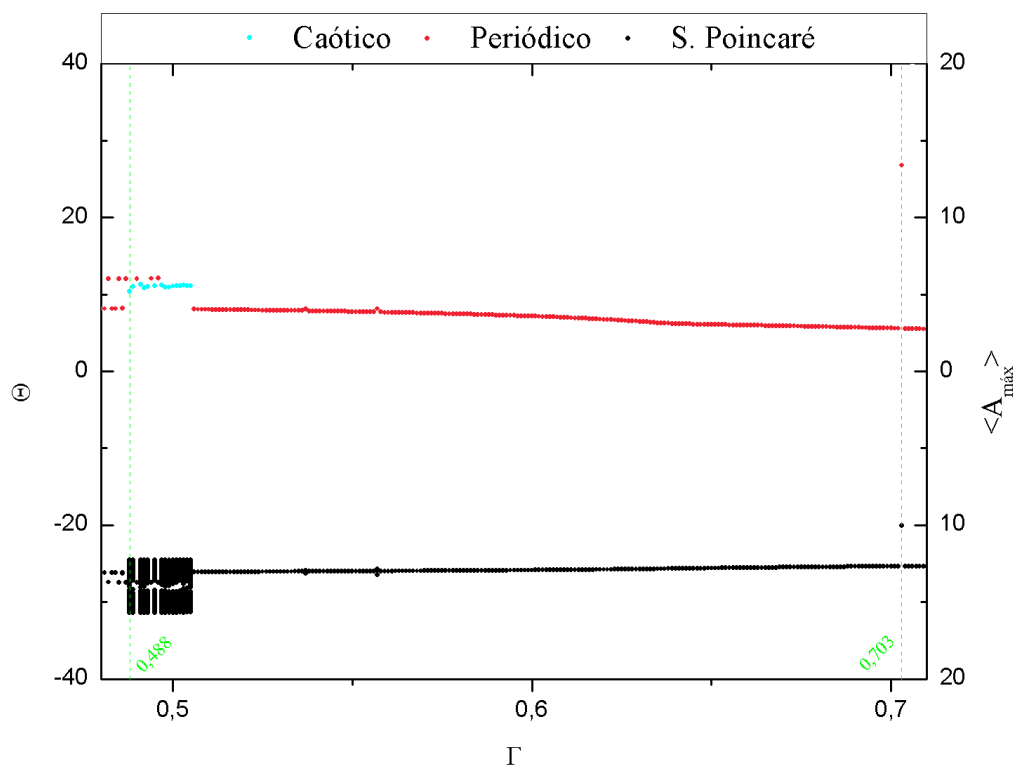


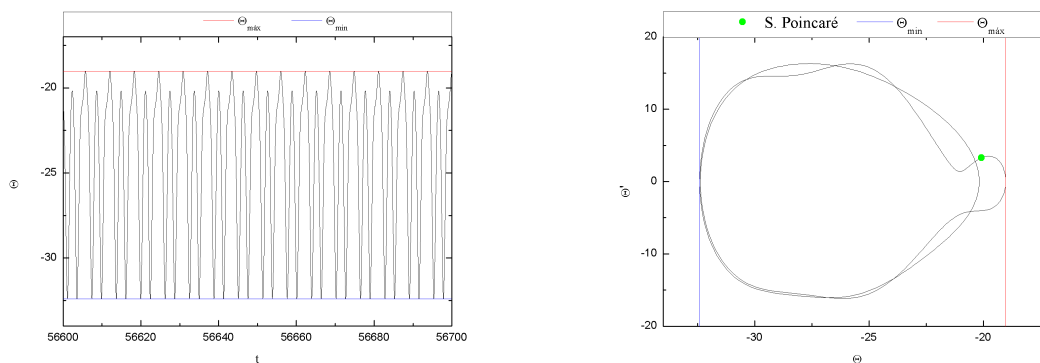
Figura 4.5: Diagrama de bifurcação de Γ . Com κ e ρ iguais 15.

Nas Fig.4.6(a) e Fig.4.6(b), observa-se uma clara periodicidade com um período igual a 1. Além disso, as linhas vermelhas que representam o deslocamento máximo tangenciam os pontos de máximo nas Fig.4.6(a) e Fig.4.6(b). Da mesma forma, a linha azul que representa o deslocamento mínimo tangencia os pontos de mínimo. A diferença absoluta entre essas duas curvas fornece a amplitude média máxima, como ilustrado nas Fig.4.4 e Fig.4.5.

As Fig.4.7(a) e Fig.4.7(b) exibem os resultados das simulações com o mesmo número de períodos, conforme descrito anteriormente. No entanto, nas Fig.4.7(c) e Fig.4.7(d), optou-se por um valor diferente de períodos, aumentando para 15000 e descartando os primeiros 14000 períodos, para garantir que os resultados estejam em regime permanente.

Na Fig.4.7(b), nota-se a formação de uma nuvem de pontos na seção de Poincaré, conforme previamente esperado devido à natureza caótica da dinâmica, como observado nas Fig.4.4 e Fig.4.5. Uma observação adicional ao analisar a Fig.4.7(b) em conjunto com a Fig.4.7(a) é que a linha representando o deslocamento máximo está localizada

de forma intermediária entre os pontos de máximo, o que também se aplica à curva de mínimo em relação aos pontos de mínimo. Devido à natureza caótica do movimento, para cada período de forçamento, foram obtidos valores distintos para os máximos e mínimos. Portanto, as curvas de valores médios para o deslocamento máximo e mínimo variam entre esses extremos, de acordo com o que se espera em um sistema caótico.



(a) Evolução Temporal;

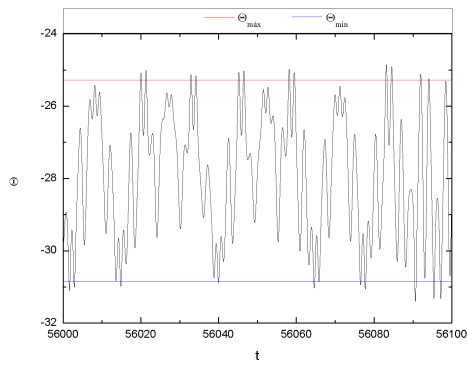
(b) Espaço de fase.

Figura 4.6: Resultado dinâmico para $\Gamma = 0,703$

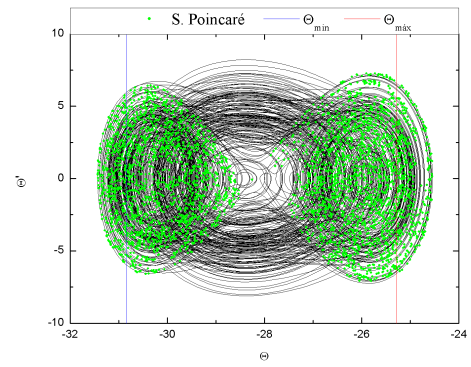
Por outro lado, nas Fig.4.7(c) e Fig.4.7(d), o sistema apresenta um comportamento distinto. Com o passar do tempo, o sistema assume um comportamento periódico com periodicidade 2. Além disso, é notável que as curvas de máximo e mínimo diminuem consideravelmente, afetando a média da amplitude máxima.

Para uma análise mais aprofundada dessa transição do comportamento caótico para o periódico, a Fig.4.8 foi gerada a partir de uma simulação de 15000 períodos, com a exclusão dos primeiros 8000 períodos, permitindo assim a captura do comportamento caótico. Na Fig.4.8, a curva em preto representa o deslocamento ao longo do tempo, enquanto a curva amarela representa o expoente de Lyapunov ao longo do tempo.

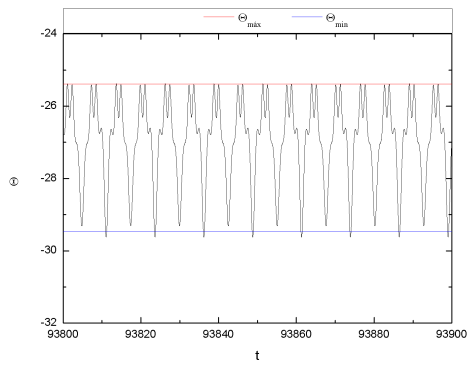
Observa-se que a curva do λ_{L1} inicialmente cresce, indicando um comportamento caótico. À medida que o tempo avança, nota-se que a inclinação da curva diminui até que muda de direção. Quanto ao comportamento do sistema, a transição do estado caótico para o estado periódico ocorre de forma instantânea. Podemos fazer uma analogia com o diagrama de bifurcação, pois esse comportamento se assemelha a uma condição de crise, na qual migra-se de um estado caótico para um comportamento periódico com periodicidade 2.



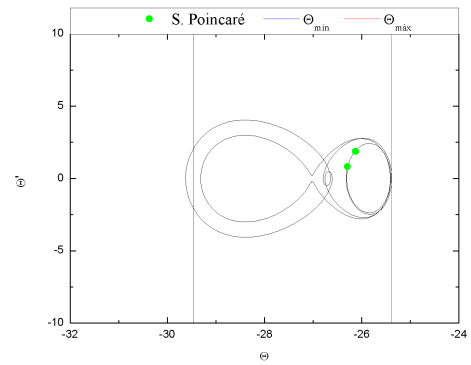
(a) Evolução temporal;



(b) Espaço de fase.



(c) Evolução temporal;



(d) Espaço de fase.

Figura 4.7: Resultado dinâmico para $\Gamma = 0,488$: transiente x permanente

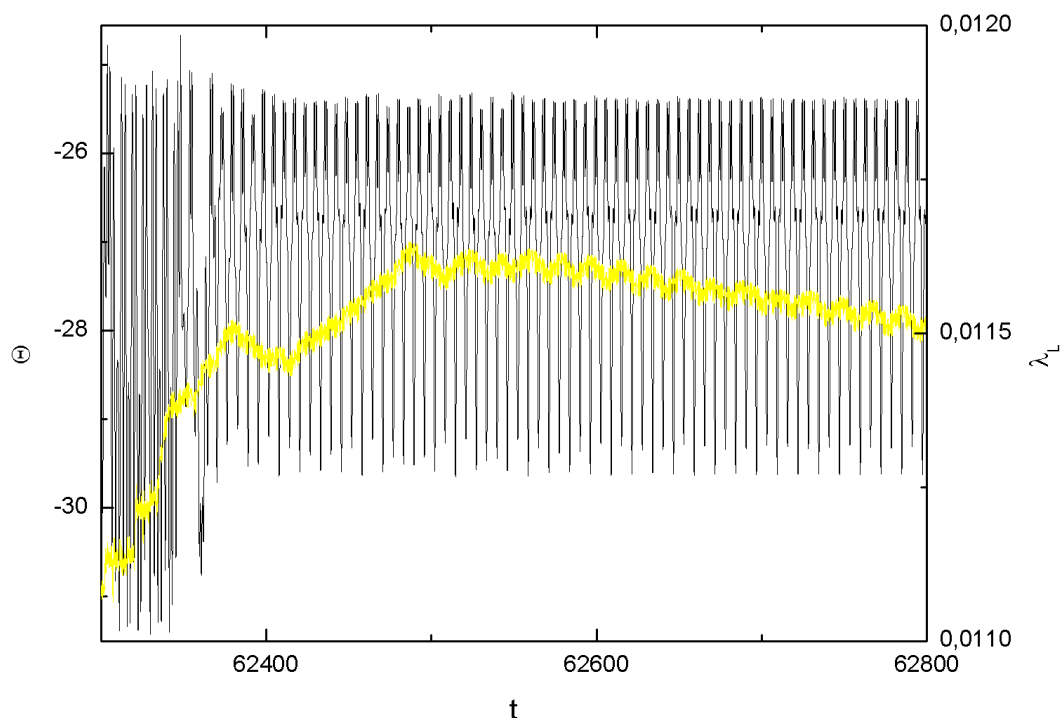
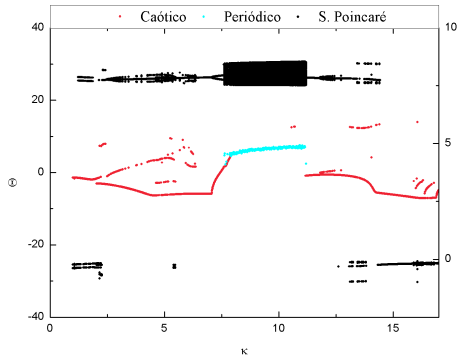


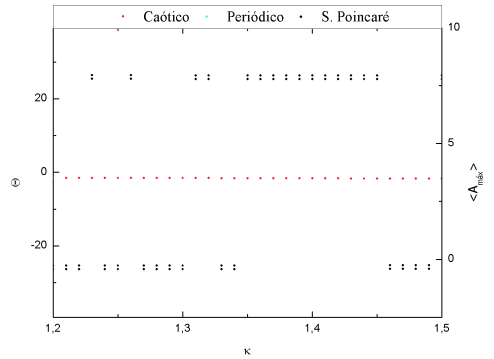
Figura 4.8: Gráfico de Θ e λ_{L1} pelo tempo

As Fig.4.9(a), 4.9(c) e 4.9(e) apresentam os diagramas de bifurcação de κ , relacionado à geometria do pêndulo, variando de 1,00 a 17,00 com um incremento de 0,01. As Fig.4.9(b), 4.9(d) e 4.9(f) representam ampliações de regiões específicas indicadas na legenda em relação às figuras à esquerda. No eixo da esquerda, tem-se amplitude de deslocamento *Theta* da seção de Poincaré, enquanto à direita, tem-se a $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$, como discutido na figura anterior. Entendendo apenas a partir da Fig.4.9(a), pode parecer que para valores menores de κ , o sistema teria um comportamento periódico de periodicidade 4, uma vez que 2 pontos estão com deslocamento positivo e 2 pontos com deslocamento negativo da seção de Poincaré. Isso levaria a supor uma média de amplitude máxima mais alta, o que não é refletido pelo gráfico de $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$, onde o valor permanece abaixo de 5. No entanto, a análise da Fig.4.9(b) esclarece que, na verdade, para cada valor de κ , o sistema exibe um comportamento periódico de periodicidade 2, o que é congruente com a $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$ observada. Entendido esse ponto, é possível destacar que, em temperaturas baixas, observa-se um comportamento periódico tanto para valores baixos quanto altos de κ , enquanto para valores intermediários de κ , observamos um comportamento caótico.

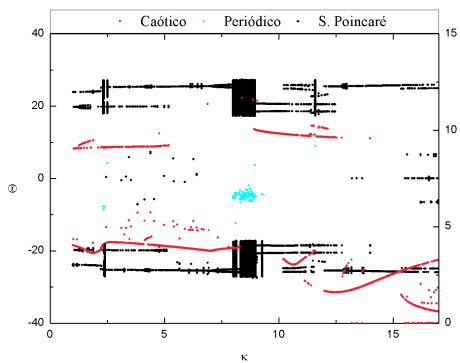
Na faixa de κ entre 12,50 e 15,00, encontram-se os maiores valores da $\langle A_{max} \rangle$.



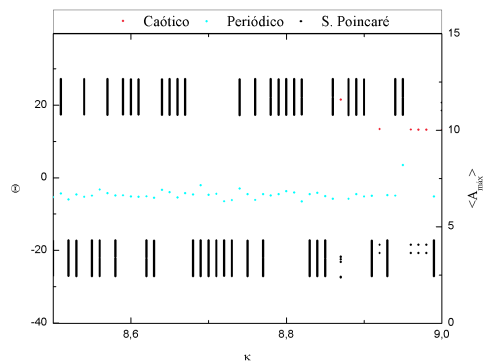
(a) $\Gamma = 0,700$ e κ entre 1,0 e 17,0



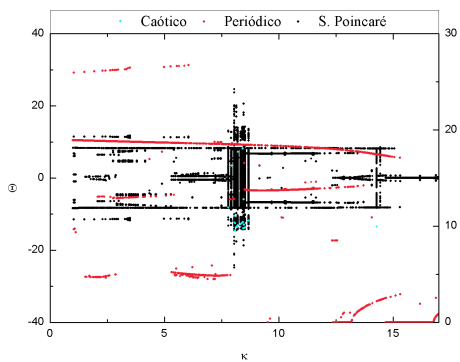
(b) $\Gamma = 0,700$ e κ entre 1,2 e 1,5



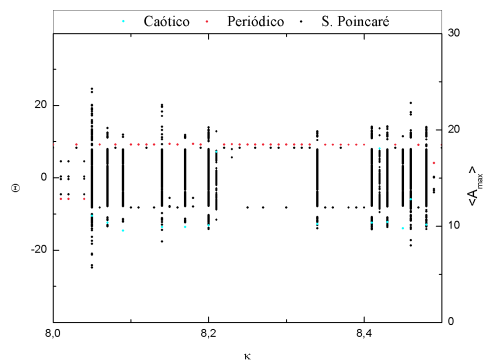
(c) $\Gamma = 1,500$ e κ entre 1,0 e 17,0



(d) $\Gamma = 1,500$ e κ entre 8,5 e 9,0



(e) $\Gamma = 2,000$ e κ entre 1,0 e 17,0



(f) $\Gamma = 2,000$ e κ entre 8,0 e 8,5

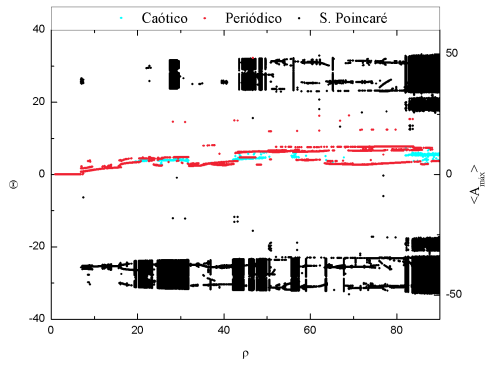
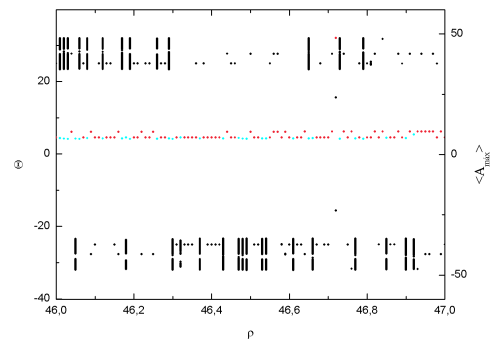
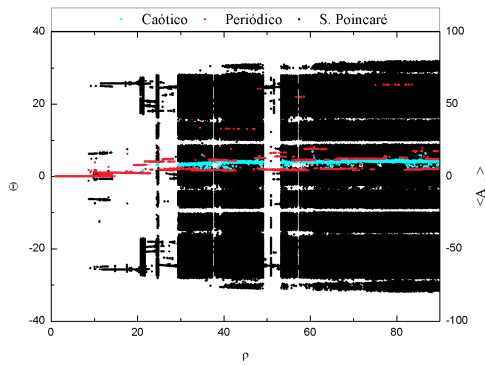
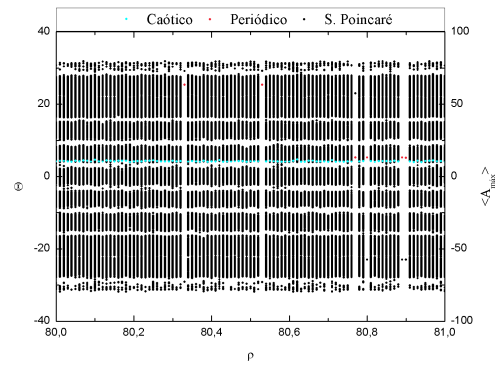
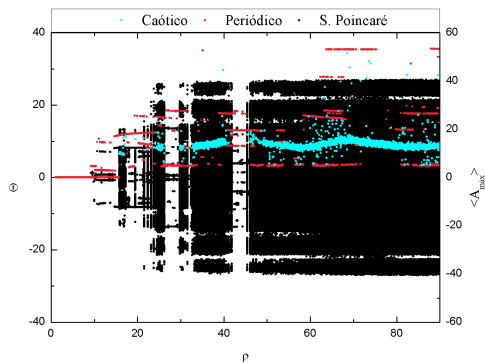
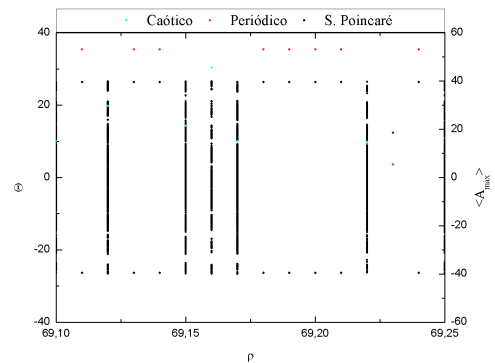
Figura 4.9: Diagramas de bifurcação de κ para $\rho = 15$

Em relação à Fig.4.9(c), para temperaturas intermediárias, observa-se um comportamento semelhante ao encontrado em temperaturas baixas no que diz respeito à dinâmica. Para baixos e altos valores de κ a dinâmica é predominantemente periódica, enquanto para valores intermediários, ela se torna caótica, embora a região caótica seja relativamente menor. No entanto, em relação à $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$, a faixa entre 10,00 e 12,50 é a região de maior concentração de valores mais altos, e, de modo geral, a temperatura intermediária apresenta valores mais elevados de $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$.

Na Fig. 4.9(e), para temperaturas elevadas, observa-se que o comportamento dinâmico é mais uma vez semelhante ao observado para temperaturas baixas e intermediárias, com uma redução ainda maior na região caótica. No entanto, o comportamento da $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$ apresenta uma diferença significativa. Notavelmente, na faixa de valores de κ entre 1,00 e 2,50, encontra-se a maior amplitude $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$. Em geral, os valores da $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$ também são mais elevados em comparação às temperaturas baixas e intermediárias.

Semelhante às figuras anteriores, as Fig.4.10(a), 4.10(c) e 4.10(e) a seguir, apresentam os diagramas de bifurcação do parâmetro ρ , relacionado à amplitude de forçamento paramétrico, variando de 1,00 a 90,00 com um incremento de 0,01. As Fig.4.10(b), 4.10(d) e 4.10(f) representam ampliações de regiões específicas indicadas na legenda em relação às figuras à esquerda.

Nas Fig.4.10(a) e Fig.4.10(b), em temperaturas baixas, a partir de aproximadamente ρ igual a 20,00, o comportamento dinâmico do sistema oscila entre estados periódicos e caóticos. Devido à alta barreira energética, como observado no comportamento natural do sistema, essas oscilações ocorrem principalmente em torno dos pontos de equilíbrio internos. Além disso, a $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$ aumenta gradualmente com o aumento de ρ , mas de forma modesta, e há poucos pontos com $\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$ em valores intermediários. Nas Fig.4.10(c) e Fig.4.10(d), para temperaturas intermediárias, o comportamento dinâmico é predominantemente caótico a partir de ρ igual a 30,00, mas existem diversas janelas periódicas presentes. Além disso, é notável que, ainda sob o mesmo tipo de forçamento, o sistema consegue oscilar ao redor de diferentes pontos de equilíbrio, uma vez que a barreira energética não é tão elevada como para temperaturas mais baixas. É possível observar que a condição de interesse para colheita de energia ($\langle A_{m\acute{a}x} \rangle$ alta) é para elevadas amplitudes de forçamento e que o sistema possua comportamento periódico de período 2.

(a) $\Gamma = 0,700$ e ρ entre 1,0 e 90,0(b) $\Gamma = 0,700$ e ρ entre 46,0 e 47,0(c) $\Gamma = 1,500$ e ρ entre 1,0 e 90,0(d) $\Gamma = 1,500$ e ρ entre 80,0 e 81,0(e) $\Gamma = 2,000$ e ρ entre 1,0 e 90,0(f) $\Gamma = 2,000$ e ρ entre 69,10 e 69,25Figura 4.10: Diagramas de bifurcação de ρ para $\kappa = 15$

Nas Fig.4.10(e) e Fig.4.10(f), a condição de temperaturas elevadas exibe um maior

faixa de comportamentos caóticos, mas também apresenta várias janelas periódicas. De forma semelhante ao observado para temperaturas intermediárias, a condição de interesse para colheita de energia é para elevadas amplitudes de forçamento e com comportamento periódico de período 2.

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões

Este estudo apresentou um modelo abordando a dinâmica de um pêndulo paramétrico excitado pelas ondas do mar, incorporando um elemento restituidor de LMF. A resolução deste sistema foi realizada por meio da implementação de um código computacional em código aberto, empregando o método de Runge-Kutta de quarta ordem, complementando-o com diversas ferramentas de análise dinâmica.

Na primeira parte dos resultados, foi analisado o comportamento natural do sistema com o uso de LMF em diferentes faixas de temperatura, que incluem baixa, intermediária e alta, juntamente com uma mola de comportamento elástico linear. Foi investigada também a influência do parâmetro κ no sistema. Essas análises revelaram uma maior complexidade dinâmica quando o LMF foi empregado em comparação à mola linear. A partir desse ponto, as análises foram direcionadas para o caso com forçamento paramétrico.

A aplicação da LMF com um elemento restituidor revelou-se uma opção promissora para o sistema em questão, especialmente em condições de temperatura intermediária, valores intermediários de κ e um alto valor de ρ . Essas condições sugerem condições favoráveis para a colheita de energia, uma vez que a LMF tem a capacidade de suportar deformações mais significativas em comparação com as molas convencionais, considerando amplitudes elevadas da excitação paramétrica.

5.2 Trabalhos Futuros

Sugere-se a exploração do comportamento do sistema, ao variar simultaneamente dois ou mais parâmetros (análise multiparamétrica) e avaliar seu impacto no desempenho global. Isso possibilitaria a identificação da combinação ideal de parâmetros mais propícia para uma colheita eficiente de energia.

Ademais, uma análise quantitativa é crucial para uma comparação objetiva da capacidade de colheita de energia do modelo proposto em relação aos modelos já implementados em instalações de colheita de energia. Essa abordagem proporcionaria uma avaliação precisa do desempenho do novo modelo em comparação com os modelos existentes.

A estrutura dinâmica proposta oferece a flexibilidade de adotar vários modelos constitutivos para descrever o comportamento termomecânico das LMF. Isso abre a possibilidade de utilizar modelos mais avançados, capazes de abranger fenômenos não considerados no modelo de Falk, como a dissipação intrínseca de energia e sublaços internos, entre outros aspectos. Isso amplia as perspectivas de representar com maior precisão o comportamento das LMF em diversas condições.

Por último, a condução de uma análise experimental seria de suma importância, permitindo a comparação dos resultados práticos com as simulações teóricas/numéricas. Esses resultados experimentais têm o potencial de validar as conclusões obtidas nas análises teóricas e numéricas, contribuindo para a verificação dos modelos propostos.

Referências

- AIRY, G. **Tides and waves**. [S.l.]: Encyclopedia Metropolitana, 1845.
- ANTONIO, F. d. O. Wave energy utilization: A review of the technologies. **Renewable and sustainable energy reviews**, Elsevier, v. 14, n. 3, p. 899–918, 2010.
- AW-ENERGY. **Aw-Energy**. 2013. Disponível em: <<http://aw-energy.com/>>
- AWS, A. O. E. **Aws mk deployment, monitoring and evaluation of a prototype advanced wave energy device**. 2006. Disponível em: <<http://ec.europa.eu/research/energy/pdf/gp/,oct2006.>>
- BAKER, G. L.; BLACKBURN, J. A. **The pendulum: a case study in physics**. [S.l.]: OUP Oxford, 2008.
- BIRMAN, V. Review of mechanics of shape memory alloy structures. 1997.
- BISHOP, S.; CLIFFORD, M. Zones of chaotic behaviour in the parametrically excited pendulum. **Journal of sound and vibration**, v. 189, n. 1, p. 142–147, 1996.
- BISHOP, S.; XU, D. Stabilizing the parametrically excited pendulum onto high order periodic orbits. **Journal of sound and vibration**, v. 194, n. 2, p. 287–294, 1996.
- BUEHLER, W.; WILEY, R. Nickel-based alloys technical report. 1965.
- BUEHLER, W. J.; GILFRICH, J. V.; WILEY, R.; WILEY, R. Effect of low-temperature phase changes on the mechanical properties of alloys near composition tni. **Journal of applied physics**, American Institute of Physics, v. 34, n. 5, p. 1475–1477, 1963.
- BUTIKOV, E. I. Parametric resonance in a linear oscillator at square-wave modulation. **European journal of physics**, IOP Publishing, v. 26, n. 1, p. 157, 2004.
- CLÉMENT, A.; MCCULLEN, P.; FALCÃO, A.; FIORENTINO, A.; GARDNER, F.; HAMMARLUND, K.; LEMONIS, G.; LEWIS, T.; NIELSEN, K.; PETRONCINI, S. et al. Wave energy in europe: current status and perspectives. **Renewable and sustainable energy reviews**, Elsevier, v. 6, n. 5, p. 405–431, 2002.
- CLIFFORD, M.; BISHOP, S. Rotating periodic orbits of the parametrically excited pendulum. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 201, n. 2-3, p. 191–196, 1995.
- CRES, C. for R. E. S. **Centre for Renewable Energy Sources (CRES). Wave energy utilization in europe - current status and perspectives**. 2002. Disponível em: <<http://www.cres.gr/kape/pdf/download/Wave%20Energy%20Brochure.pdf>>.
- DAVID, A.; SINHA, S. Control of chaos in nonlinear systems with time-periodic coefficients. In: **Proceedings of the American Control Conference**. [S.l.: s.n.], 2000. v. 2, p. 764–768.

- DOTTI, F. E.; VIRLA, J. N. Nonlinear dynamics of the parametric pendulum with a view on wave energy harvesting applications. **Journal of Computational and Nonlinear Dynamics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 16, n. 6, p. 061007, 2021.
- DRAGON, W. **Wave Dragon**. 2013. Disponível em: <<http://www.wavedragon.net/>>
- DUERIG, T.; STOCKEL, D.; KEELEY, A.; KEELEY, A. Actuator and work production devices. **Butterworth-Heinemann, Engineering Aspects of Shape Memory Alloys(UK)**, 1990,, p. 181–194, 1990.
- FALK, F. Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys. **Acta Metallurgica**, Elsevier, v. 28, n. 12, p. 1773–1780, 1980.
- FLASHNER, H.; GOLAT, M. An extended mapping approach to the analysis of linear periodic systems. **Proceedings of the IX DINAME, Florianópolis**, p. 545–557, 2001.
- GALCHEV, T.; KIM, H.; NAJAFI, K.; NAJAFI, K. Micro power generator for harvesting low-frequency and nonperiodic vibrations. **Journal of Microelectromechanical Systems**, IEEE, v. 20, n. 4, p. 852–866, 2011.
- GARCÍA, A. G.; SALVATIERRA, S. Ocean energy harvesting from a rotating parametric pendulum with bounded control power. **Mecánica Computacional**, v. 39, n. 29, p. 1021–1026, 2022.
- GARIRA, W.; BISHOP, S. Rotating solutions of the parametrically excited pendulum. **Journal of sound and vibration**, v. 263, n. 1, p. 233–239, 2003.
- GE, Z.-M.; LIN, T.-N. Regular and chaotic dynamic analysis and control of chaos of an elliptical pendulum on a vibrating basement. **Journal of sound and vibration**, Elsevier, v. 230, n. 5, p. 1045–1068, 2000.
- GREEN, P. L.; WORDEN, K.; ATALLAH, K.; SIMS, N. D. The effect of duffing-type non-linearities and coulomb damping on the response of an energy harvester to random excitations. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 23, n. 18, p. 2039–2054, 2012.
- HE, C.-H.; AMER, T. S.; TIAN, D.; ABOLILA, A. F.; GALAL, A. A. Controlling the kinematics of a spring-pendulum system using an energy harvesting device. **Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 41, n. 3, p. 1234–1257, 2022.
- HOCHBAUM, A. I.; YANG, P. Semiconductor nanowires for energy conversion. **Chemical reviews**, ACS Publications, v. 110, n. 1, p. 527–546, 2010.
- HORTON, B. **Rotational motion of pendula systems for wave energy extraction**. Tese (Doutorado) — University of Aberdeen, 2009.
- JACSON, C. 55-nitinol-the alloy with a memory: Its physical metallurgy, properties and applications. **NASA-SP-5110**, v. 15, 1972.

KYMISSIS, J.; KENDALL, C.; PARADISO, J.; GERSHENFELD, N. Parasitic power harvesting in shoes. In: IEEE. **Digest of papers. Second international symposium on wearable computers (Cat. No. 98EX215)**. [S.l.], 1998. p. 132–139.

LAGOUDAS, D. C. **Shape memory alloys: modeling and engineering applications**. [S.l.]: Springer, 2008.

LEUNG, A. Y. T.; KUANG, J. On the chaotic dynamics of a spherical pendulum with a harmonically vibrating suspension. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 43, n. 3, p. 213–238, 2006.

LITAK, G.; BOROWIEC, M.; DABEK, K. The transition to chaos of pendulum systems. **Applied Sciences**, MDPI, v. 12, n. 17, p. 8876, 2022.

LITAK, G.; SYTA, A.; WASILEWSKI, G.; KUDRA, G.; AWREJCEWICZ, J. Dynamical response of a pendulum driven horizontally by a dc motor with a slider–crank mechanism. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 99, n. 3, p. 1923–1935, 2020.

NAJDECKA, A.; NARAYANAN, S.; WIERCIGROCH, M.; WIERCIGROCH, M. Rotary motion of the parametric and planar pendulum under stochastic wave excitation. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 71, p. 30–38, 2015.

NANDAKUMAR, K.; WIERCIGROCH, M.; CHATTERJEE, A.; CHATTERJEE, A. Optimum energy extraction from rotational motion in a parametrically excited pendulum. **Mechanics Research Communications**, Elsevier, v. 43, p. 7–14, 2012.

NAYFEH, A. H.; MOOK, D. T. **Nonlinear oscillations**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

NEIMARK, J. I. **Mathematical models in natural science and engineering**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

NISHIDA, M.; WAYMAN, C.; HONMA, T.; HONMA, T. Phase transformations in a ti50ni47. 5fe2. 5 shape memory alloy. **Metallography**, Elsevier, v. 19, n. 1, p. 99–113, 1986.

OTSUKA, K.; REN, X. Physical metallurgy of ti–ni-based shape memory alloys. **Progress in materials science**, Elsevier, v. 50, n. 5, p. 511–678, 2005.

OTSUKA, K.; WAYMAN, C. M. **Shape memory materials**. [S.l.]: Cambridge university press, 1999.

PAIVA, A.; SAVI, M. A. An overview of constitutive models for shape memory alloys. **Mathematical problems in engineering**, Hindawi, v. 2006, 2006.

PFEIFFER, C.; DELAURENTIS, K.; MAVROIDIS, C. Shape memory alloy actuated robot prostheses: initial experiments. In: IEEE. **Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 99CH36288C)**. [S.l.], 1999. v. 3, p. 2385–2391.

PLATT, S. R.; FARRITOR, S.; HAIDER, H. On low-frequency electric power generation with pzt ceramics. **IEEE/ASME transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 10, n. 2, p. 240–252, 2005.

- POWER, P. W. **Pelamis Wave Power**. 2013. Disponível em: <<http://www.pelamiswave.com/>>
- RODRIGUES, L. Wave power conversion systems for electrical energy production. **RE&PQJ**, v. 1, n. 6, 2008.
- ROUBÍČEK, T. Modelling of thermodynamics of martensitic transformation in shape-memory alloys. In: AMERICAN INSTITUTE OF MATHEMATICAL SCIENCES. **Conference Publications**. [S.l.], 2007. v. 2007, n. Special, p. 892.
- ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K.; RABAEY, J.; RABAEY, J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. **Computer communications**, Elsevier, v. 26, n. 11, p. 1131–1144, 2003.
- RULLI, C. C.; RINO, J. P. Oscilações paramétricas: uma simulação numérica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO Brasil, v. 29, p. 71–78, 2007.
- SAVI, M. A. Nonlinear dynamics and chaos in shape memory alloy systems. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 70, p. 2–19, 2015.
- SEIKO. **Seiko**. 2013. Disponível em: <<http://www.grand-seiko.com/features/history.html>>
- STROGATZ, S. Nonlinear dynamics and chaos perseus books publishing. **New york**, v. 498, 1994.
- SZEMPLIŃSKA-STUPNICKA, W.; TYRKIEL, E. The oscillation–rotation attractors in the forced pendulum and their peculiar properties. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, World Scientific, v. 12, n. 01, p. 159–168, 2002.
- THOMPSON, J. **HB Stewart Nonlinear dynamics and chaos**. [S.l.]: Wiley, New York, 2002.
- THOMSEN, J. J. **Vibrations and stability**. [S.l.]: Springer, 2003. v. 2.
- TOBUSHI, H.; IWANAGA, H.; TANAKA, K.; HORI, T.; SAWADA, T. Deformation behaviour of tini shape memory alloy subjected to variable stress and temperature. **Continuum Mechanics and Thermodynamics**, Springer, v. 3, n. 2, p. 79–93, 1991.
- WEEDY, B. Cory. bj. **Electric Power Systems,(4 th edn.)**, John Wiley and Sons, New York, 1998.
- WIERCIGROCH, M. A new concept of energy extraction from waves via parametric pendulor. **UK patent application**, 2010.
- WIERCIGROCH, M.; NAJDECKA, A.; VAZIRI, V.; VAZIRI, V. Nonlinear dynamics of pendulums system for energy harvesting. In: **Vibration Problems ICOVP 2011**. [S.l.]: Springer, 2011. p. 35–42.
- WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. Determining lyapunov exponents from a time series. **Physica D: nonlinear phenomena**, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 285–317, 1985.
- XU, X. **Nonlinear dynamics of parametric pendulum for wave energy extraction**. Tese (Doutorado) — University of Aberdeen, 2005.